بيانيات حاسوبية

د. غيث ابراهيم بلال

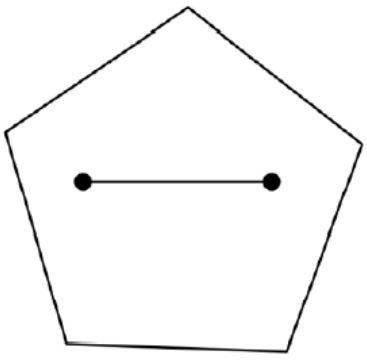
المحاضرة السابعة

❖ تعبئة المضلع Filling polygons:

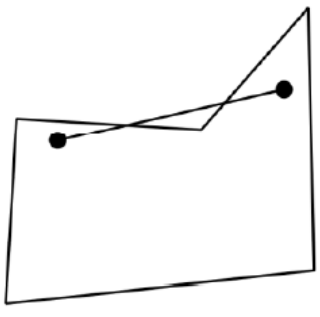
المضلع هو شكل هندسي تقع جميع نقاطه في مستوي واحد وله ثلاثة نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

ولدينا نوعين من المضلعات هما: المضلعات المحدبة convex والمضلعات المقعرة concave ، ويمكننا تحديد نوع المضلع عن طريق العديد من الطرق:

1. يكون المضلع محدباً إذا كان طرفا أي قطعة مستقيمة يقعان داخل المضلع والقطعة لا تقطع المضلع في أي نقطة.

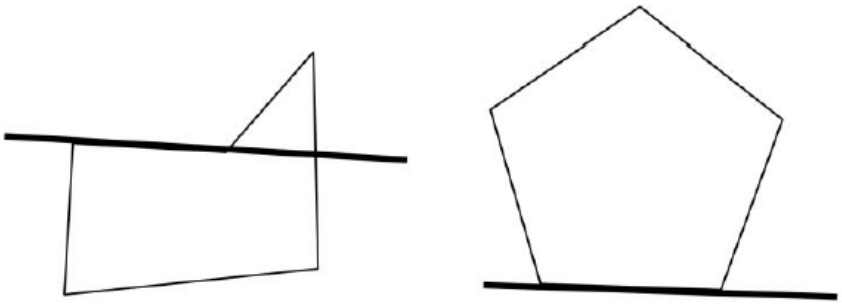


محدب



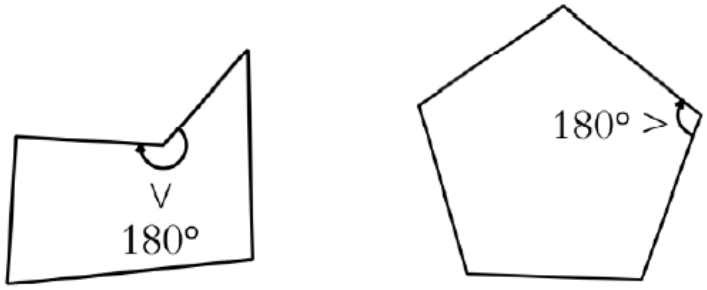
مقعر

2. يكون المضلع محدباً إذا كان واقعاً بالكامل في جهة واحدة بالنسبة لحامل أي ضلع من اضلاعه ويكون مقعراً إذا وجد حامل ضلع واحد على الأقل من اضلاعه يقسم المضلع إلى قسمين.



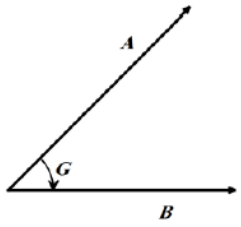
مقعر محدب

3. يكون المضلع محدباً إذا كانت الزاوية بين أي ضلعين متجاورين منه أصغر من 180° ويكون مقعراً إذا وجد ضلعان على الشكل الزاوية بينهما أكبر من 180°



مقعر محدب

ملاحظة: كيف نستطيع تحديد قياس الزاوية بين أي ضلعين متجاورين في المضلع



$$A.B = |A|.|B|\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{A.B}{|A|.|B|}$$

❖ خوارزمية خط المسح ScanLine Algorithm:

ان هذه الخوارزمية تتعامل مع المناطق المغلقة المحددة هندسياً بإحداثيات رؤوسها (إضافة إلى الأقواس أو الاضلاع التي تصل بين هذه الرؤوس).

وهذه الخوارزمية فعالة لأنها تستفيد من المعلومات المتعلقة بالأضلاع (المستقيمات) أثناء مسح الخطوط او رسم الخطوط.

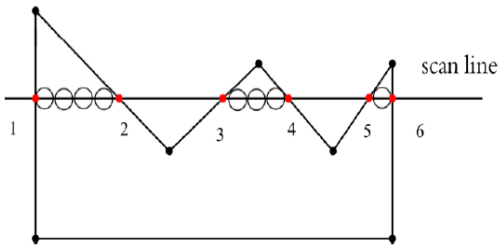
ليكن لدينا المضلع الممثل بدلالة رؤوسه $v_1, v_2, v_3 \ldots$ والأضلاع الواصلة بين الرؤوس E_1, E_2, E_3 ولدينا بشكل عام احداثيات كل رأس من هذه الرؤوس (x_i, y_i) وهي صحيحة.

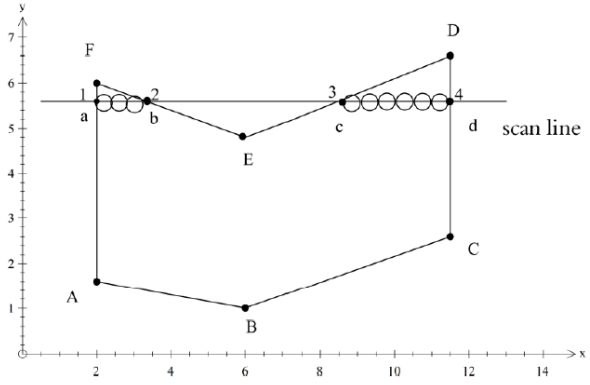
1. تبدأ هذه الخوارزمية بخط المسح الأول الأفقي باتجاه الأعلى (او من الأعلى إلى الأسفل) موازياً للمحور ox ومن أسفل المضلع على أعلاه.

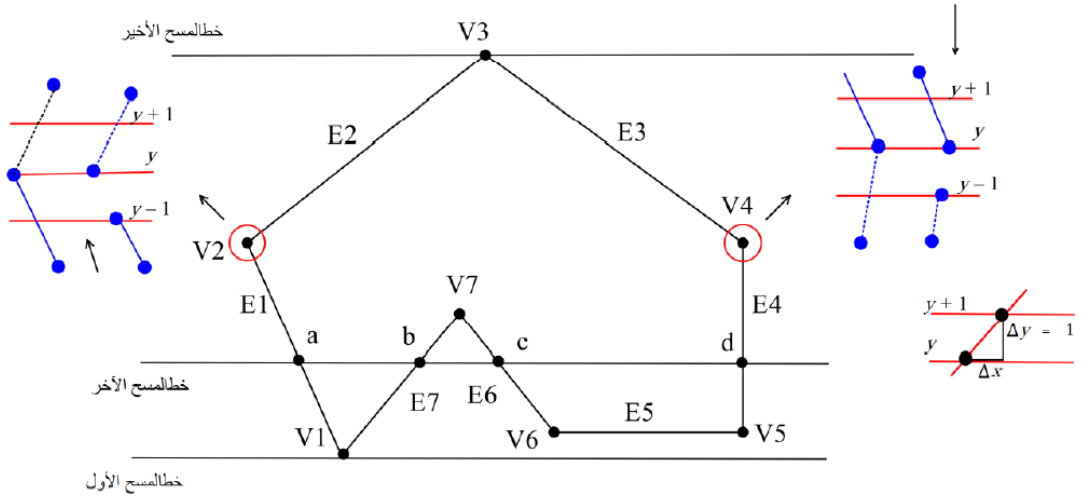
2. يتم في كل مرة حساب نقاط تقاطع خط المسح مع المضلع والتي يجب أن تكون زوجية أو عددها زوجي.

3. ترتب هذه النقاط وفق قيم x المتزايدة من اليسار إلى اليمين.

ثم يتم اعتماد الرسم الفردي حيث نرسم الجزء الموجود من الخط بين النقطة التي رقمها فردي والنقطة الأخرى التي رقمها زوجي ولا نرسم بين النقطة ذات الرقم الزوجي والفردي.





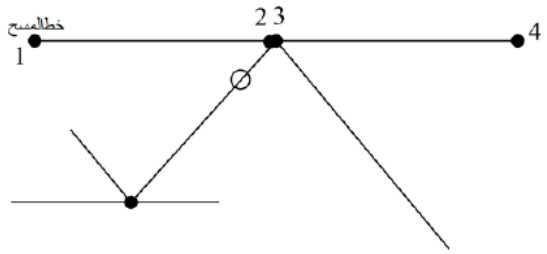


ملاحظات:

1. يتم تجاهل الأضلاع الأفقية لأن البكسلات التي تنتمي إليها تملأ تلقائياً خلال رسم الأضلاع ، مثلاً في المثال السابق نرسم الضلع E_5 عند متابعة خط المسح توصل نقطتا التقاطع بين خط المسح والضلعين E_4 و E_6 بالمستقيم الذي يساوي E_5.

2. عندما يتقاطع خط المسح مع أحد الرؤوس الذي يشكل زاوية دنيا أو قصوى موضعية مثال: V_1 و V_7 لا تعاملان معاملة خاصة وذلك لأن خط المسح

يقطع الضلعين هنا وهما يقعان في جهة واحدة من خط المسح ولذلك تعتبران نقاط تقاطع عادية.



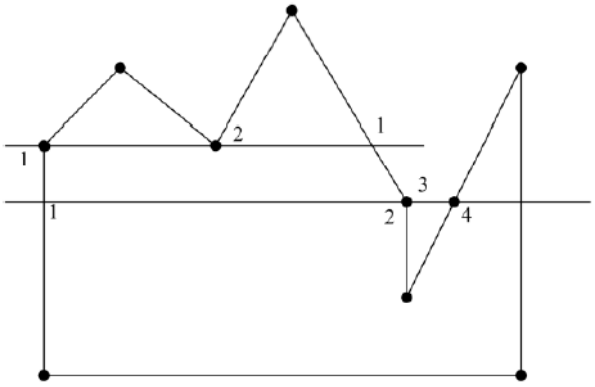
3. تقاطع خط المسح مع الرأسين V_4 و V_2 موصولين بضلعين متزايدين او متناقصين طردياً فإن الحصول على نقطتين تقاطع عند موقع الرأس سيعطي نتائج خاطئة.

مثلاً ثلاث نقاط تقاطع لخط المسح الذي يتقاطع مع كل من V_2 و V_4 (أي إذا كان الضلعين المتقاطعين واقعين في جهتين متعاكستين بالنسبة إلى خط المسح هنا يتم إنقاص واحد من الرأس y الأعلى للضلع .)

وبالتالي هنا يمكن اعتبار نقطتي التقاطع نقطة واحدة

وبالتالي نقوم بإنشاء الجدول التالي الذي يلخص ما سبق.

مقلوب الميل $1/m$	الاحداثي x للرأس ذي $y = y_{min}$	y_{max}	y_{min}	الضلع	الرأس
$1/m_1$	x_1	$y_2 - 1$	y_1	E_1	V_1
$1/m_7$	x_1	y_7	y_1	E_7	V_1
$1/m_4$	x_5	$y_4 - 1$	y_5	E_4	V_5 او V_6
$1/m_6$	x_6	y_7	y_6	E_6	V_5 او V_6
$1/m_2$	x_2	y_3	y_2	E_2	V_4
$1/m_3$	...	...	...	...	...



ملاحظة:

قد نستخدم بدلاً من لائحتين أو قائمتين خطيتين مصفوفة من القوائم الخطية بحيث أن كل خط مسح يتقاطع مع رأس نأخذ الأضلاع النشطة المرتبطة بهذا الرأس.

ملاحظات:

1. تصبح الأضلاع نشطة عندما يتطابق الإحداثي y لخط المسح الحالي مع $y_{\min}$ للضلع. ولا يدخل في حساب نقاط التقاطع الأضلاع النشطة.

2. ان نقطة التقاطع الأولى بين الأضلاع وخط المسح هي دوماً النهاية السفلى للضلع.

3. تعد هذه الطريقة بطيئة بسبب الترتيب المتكرر عند كل خطوة وكذلك إيجاد نقاط التقاطع لذلك نلجأ إلى حساب زيادة x بدل ان نقوم بحساب نقاط التقاطع من جديد في كل مرة تزداد فيها y، إذن في كل مرة نقوم بزيادة y بمقدار واحد يمكننا حساب زيادة x في كل مرة.

نكتب:

$$y = m\,x_{old} + b$$

$$y + 1 = m\,x_{new} + b$$

$$m\,x_{old} + b = m\,x_{new} + b$$

وبالتالي:

$$\boxed{x_{new} = x_{old} + \frac{\Delta x}{\Delta y} = x_{old} + 1/m}$$

هذه هي العلاقة التي تعطي تزايد x.

أي من الجدول السابق لدينا x بدائية و $1/m$ نحسب x_{new} حتى نصل إلى نهاية الضلع (المستقيم).

ملاحظة: نلاحظ أن مقلوب الميل هو عدد كسري وللتخلص من هذه القيم الكسرية نعتمد على طريقة تجميع هذه الكسور في الخطوات التالية مع إضافة

واحد إلى الجزء الصحيح عندما يزيد الجزء الكسري واحد.

بنى المعطيات: لتمثيل هذه الخوارزمية برمجياً نأخذ سلسلتين خطيتين

الأولى:

نضع فيها كل مستقيمات المضلع التي لم يتقاطع معها أي مستقيم أو خط مسح حتى الآن مرتبة وفق تزايد قيم Y للنقطة السفلى من كل مستقيم.

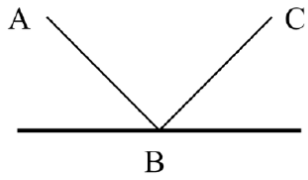
الثانية:

تحتوي على مستقيمات المضلع التي يتقاطع معها مستقيم أو خط المسح الحالي (عدد زوجي من المستقيمات) مرتبة وفق قيم X المتزايدة.

آلية العمل:

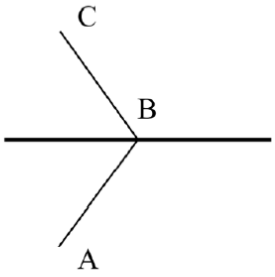
عندما نأخذ خط مسح جديد تتم إضافة الأضلاع التي يتقاطع معها خط المسح إلى الثانية وحذف الأضلاع من الأولى (أي ننقل من الأولى إلى الثانية الأضلاع التي يكون فيها خط المسح ماراً بالنقطة y_{min} لها

أي:



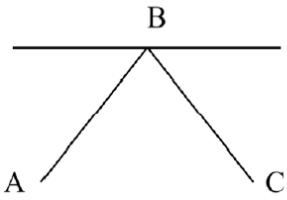
AB و CB

رأسان نشطان



نحذف AB و نعتبر CB

رأس نشط

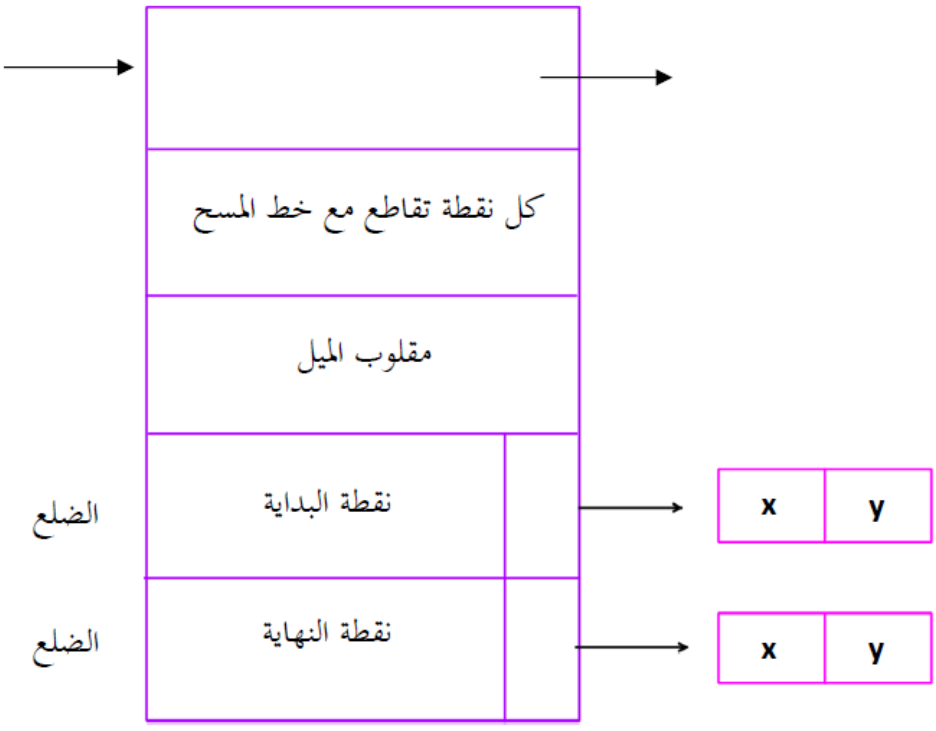


نحذف كل من

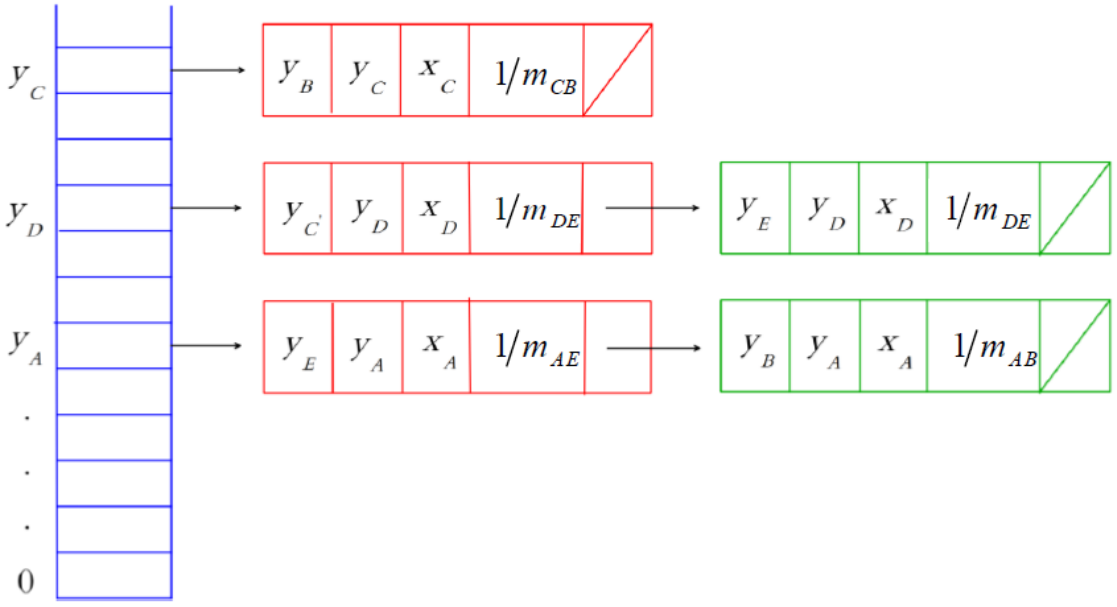
AB و CB

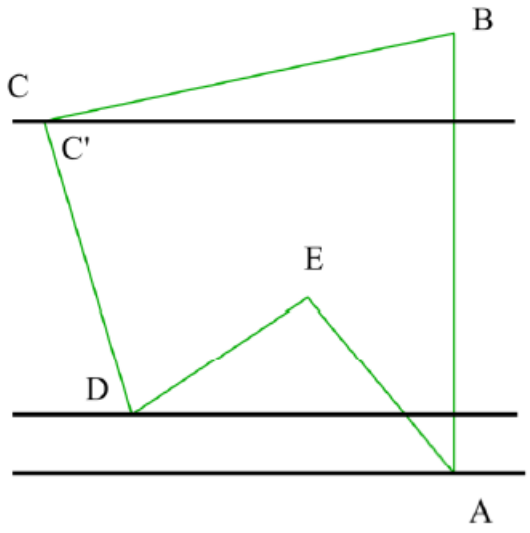
وتنتهي هذه الخوارزمية وآلية العمل عندما تصبح كل من السلسلتين فارغتين وللتخلص من الخطوط الأفقية نحذفهم فوراً من السلسلة الأولى.

وتصبح السلسلة



أو بالشكل التالي:





خوارزمية خط المسح لتعبئة المضلعات الحدية:

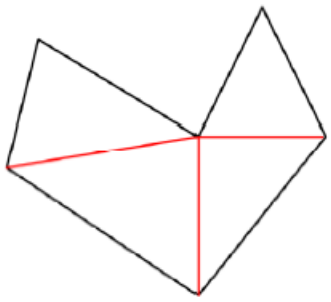
ان تعبئة المضلعات الحدية أكثر بساطة من المضلعات المقعرة وذلك لأن خط المسح لا يحدد سوى منطقة داخلية وحيدة.

وبالتالي نحتاج إلى تحديد نقطتي تقاطع الأضلاع مع خط المسح.

هذه النقاط تحدد توضعات البكسلات الداخلية.

يعد كل رأس يشكل نهاية حدية صغرى او عظمى نقطة وحيدة و يلون بشكل منفرد.

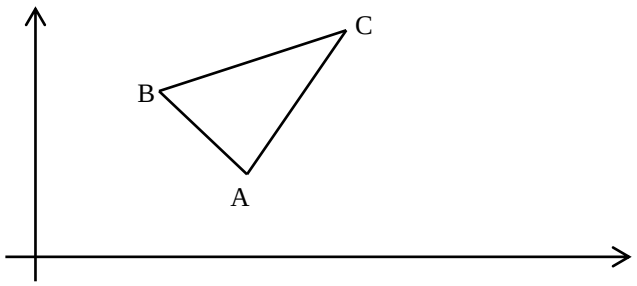
ويمكن في بغض الحالات تقسيم المضلع المقعر إلى مثلثات لتملئ (تحويل عملية الملء إلى تعبئة المناطق الحدية) بشكل ابسط حيث ان كل مثلث له ثلاثة اضلاع.



مثال:

طبق خوارزمية خط المسح لتعبئة المضلع التي تعطى احداثيات رؤوسه بالشكل التالي:

A(5,2), B(3,5), C(10,7).



الحل:

1. **نحسب الميل للمستقيمات الثلاث :**

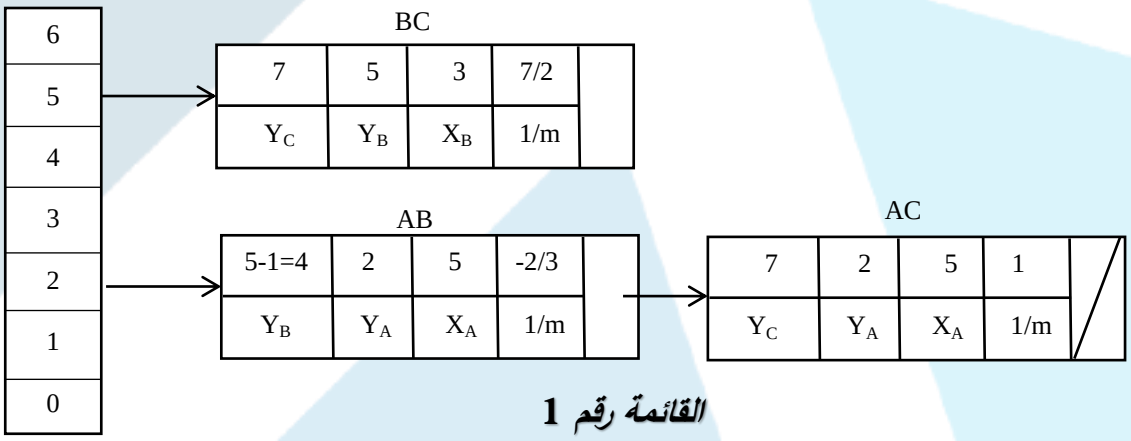
$$\mathbf{AB}= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-2}{3-5} = -\frac{3}{2}$$

$$\mathbf{AC}= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7-2}{10-5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\mathbf{BC}= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7-5}{10-3} = \frac{2}{7}$$

2. **لايوجد خطوط او مستقيمات افقية :**

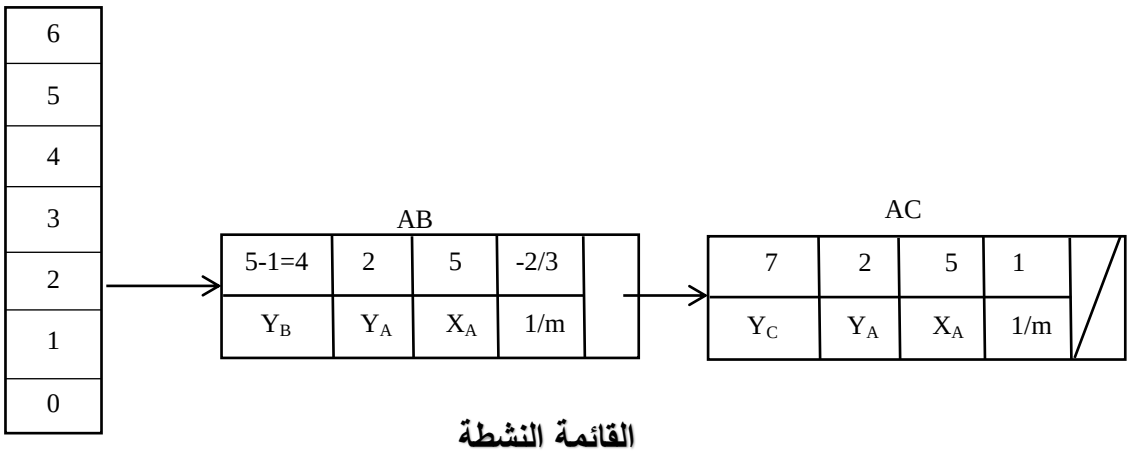
3. **نرسم اللائحة :**



القائمة رقم 1

4. ندرس تقاطع خط المسح مع هذه الأضلاع.

1. Y=0 لا يوجد تقاطع و *Y=1* لا يوجد تقاطع *Y=2* يوجد ضلعان نشطان يحذفان من القائمة رقم1 وتضافان إلى اللائحة النشطة.



القائمة النشطة

2. Y=3 *نحسب نقاط التقاطع:*

4 ≈ $13/3 = 5-2/3 = x_{old}+1/m = x_{new}$ وبالتالي نقطة التقاطع مع AB هي *(4, 3)*.

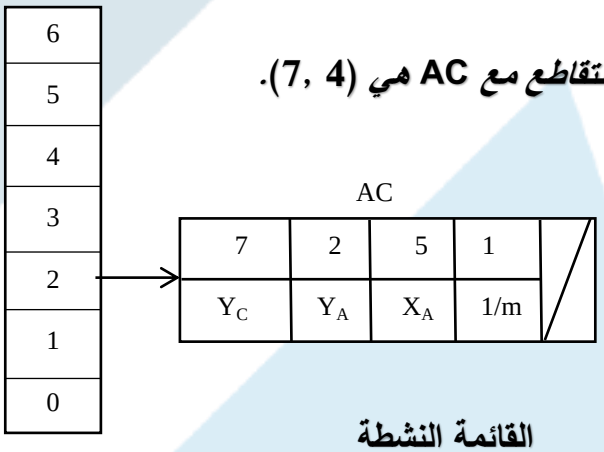
$x_{new}=x_{old}+1/m=5+1=6$ وبالتالي نقطة التقاطع مع AC هي *(6, 3)* وتلون البكسيلات بينهما.

3. *Y=4* نحسب نقاط التقاطع: كما هو ملاحظ من القائمة السابقة أن خط المسح تطابق مع Y_{max} لأحد الأضلاع لذلك تعتبر نقطة تقاطع ويهمل هذا الضلع من القائمة النشطه وبالتالي:

نقطة التقاطع مع AB هي (4, 4).

$x_{new}=x_{old}+1/m=6+1=7$ *وبالتالي نقطة التقاطع مع* AC هي (7, 4).

وتلون البكسيلات بينهما.



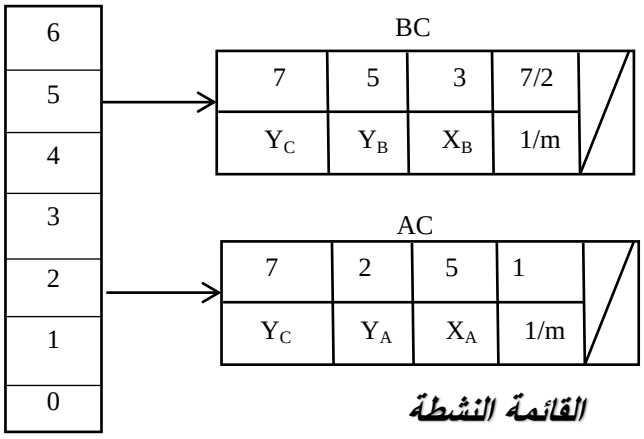
القائمة النشطة

4. $Y=5$ نحسب نقاط التقاطع: كما هو ملاحظ من القائمة رقم 1 السابقة أن خط المسح تطابق مع Y_{min} لأحد الأضلاع وهو BC لذلك تعتبر نقطة تقاطع ويهمل هذا الضلع من القائمة رقم 1 لتصبح فارغة ويضاف الضلع للقائمة النشطه وبالتالي:

نقطة التقاطع مع BC هي (3, 5).

$x_{new}=x_{old}+1/m=7+1=7$ *وبالتالي نقطة التقاطع مع* AC هي (8, 5).

وتلون البكسيلات بين النقطتين السابقتين.



القائمة النشطة

5. $Y=6$ *نحسب نقاط التقاطع:*

$x_{new}=x_{old}+1/m=3+7/2= 13/2\approx 6$ وبالتالي نقطة التقاطع مع BC هي *(6, 6)*.

$x_{new}=x_{old}+1/m=8+1=9$ وبالتالي نقطة التقاطع مع AC هي *(9, 6)* وتلون البكسيلات بين هاتين النقطتين.

6. $Y=7$: كما هو ملاحظ من القائمة النشطة أن خط المسح تطابق مع Y_{max} للضلعين AC و BC لذلك يحذفان من القائمة النشطه وبالتالي نحصل على قائمتين فارغتين:

6
5
4
3
2
1
0

6
5
4
3
2
1
0

إذن تمت تعبئة المضلع السابق.