

Pushdown Automata(PDA)

الأوتومات الدفعي

Pushdown Automata(PDA)

الأوتومات الدفعي

- يعتبر الأوتومات الدفعي طريقة لتنفيذ الـ CFG بنفس الطريقة التي يصمم بها الـ DFA للقواعد المنظمة. يمكن للـ DFA أن يتذكر كمية محددة من المعلومات، بعكس الـ a الذي يمكنه أن يتذكر كمية لانهائية من المعلومات.
- الـ DFA ببساطة هو NFA معزز بذاكرة كدسة خارجية تدعم العمل بمبدأ آخر القيم المدخلة هي أول القيم المخرجة LIFO. وبذلك يمكن للـ PDA أن يخزن كمية غير محدودة من المعلومات في الكدسة. أي أنه يمكن للـ PDA دفع عنصر إلى قمة الكدسة أو سحب عنصر من أعلى الكدسة. ولكي نقرأ العنصر أعلى الكدسة لا بد من سحبه منه وبالتالي فقده.
- يعتبر الـ PDA أقوى من الـ FA لأن الـ DFA يقبل جميع اللغات التي يقبلها الـ FA، والعكس غير صحيح.

•

•

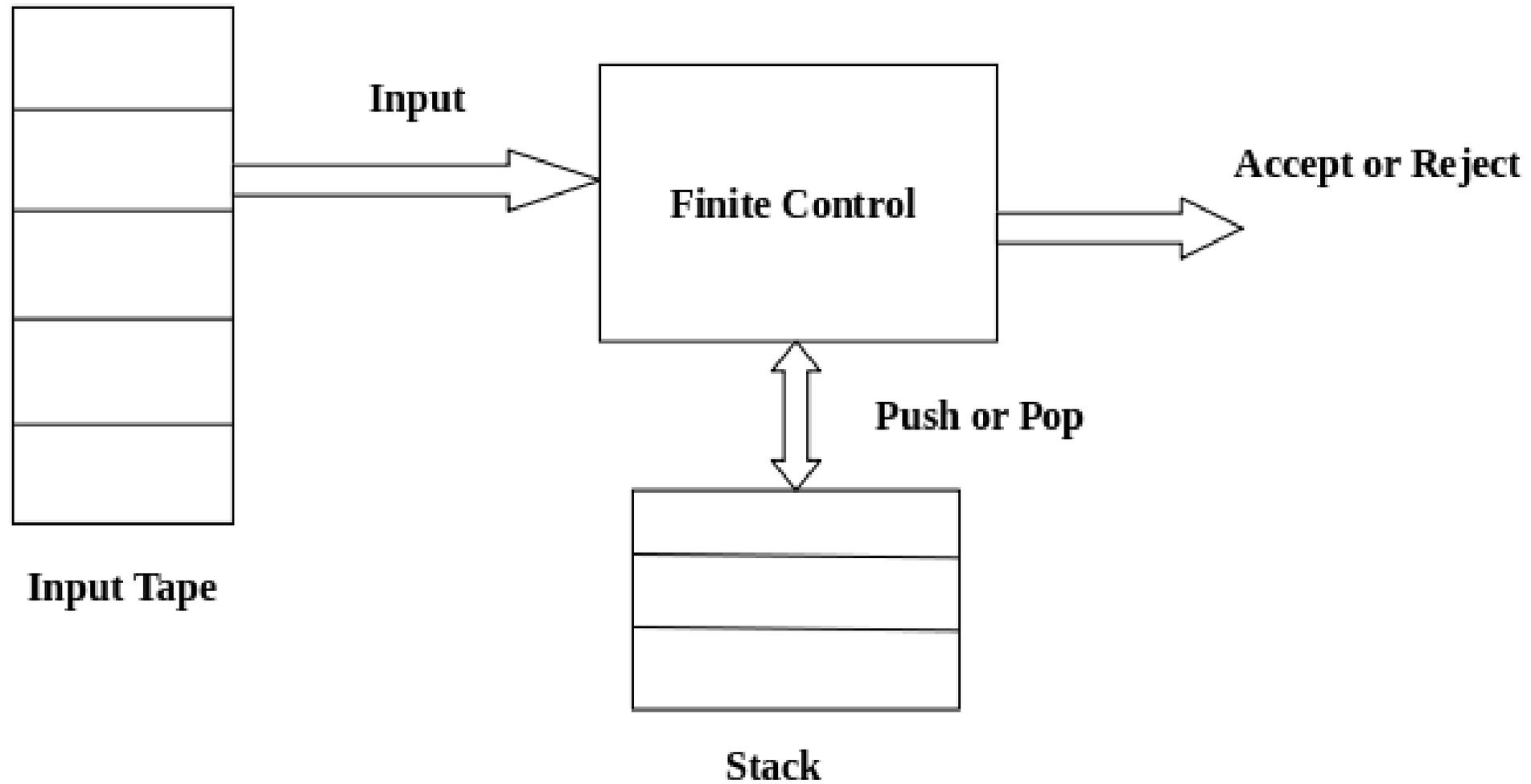


Fig: Pushdown Automata

مركبات الـ DFA

- **دفع الدخل Input tape:** الذي يقسم إلى العديد من الخلايا أو الرموز. وأول عناصر الدخل هو للقراءة فقط read-only ويتحرك اتجاه القراءة من اليسار إلى اليمين مع قراءة رمز وحيد في كل مرة.
- **التحكم المنتهي Finite control:** يملك مجموعة مؤشرات تشير إلى الرمز الحالي المتوقعة قراءته.
- **الكدسة Stack:** هو الهيكلية التي يمكننا دفع أو إزالة العناصر منها أو إليها من جانب واحد. وهو افتراضياً بحجم لانهائي ويستخدم لتخزين العناصر مؤقتاً.

التعريف الصوري للـPDA

Formal definition of PDA

- نقصد بذلك عناصر اللغة المكونة من سبع مركبات (سباعية) هي:
- $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z, F)$,
- Q : مجموعة منتهية من الحالات
- Σ : مجموعة الدخل
- Γ : رمز الكدسة الذي يمكن أن يدفع pushed أو أن يسحب popped من الـstack.
- δ : تخطيط التابع الذي يستخدم للانتقال من الحالة الحالية current state إلى الحالة التالية next state.
- q_0 : الحالة الابتدائية the initial state
- Z : رمز البداية في Γ .
- F : مجموعة الحالات النهائية final states.

وصف الحالة اللحظية

Instantaneous Description (ID)

- وصف الحالة اللحظية ID هو تدوين عام للكيفية التي يحسب بها ال PDA سلسلة الدخل input string ويتخذ من خلال ذلك القرار بأن هذه السلسلة مقبولة أو مرفوضة .accepted or rejected
- وصف الحالة اللحظية هو ثلاثية (q, w, α) حيث:
 - q تصف الحالة الحالية .current state
 - w تصف الدخل المتبقي .remaining input
 - α تصف محتوى الكدسة stack contents ، قمة الكدسة إلى اليسار .top at the left

•

تدوينات الباب الدوار :Turnstile Notation

- الرمز \vdash يصف تدوين الباب الدوار ويمثل حركة أو انتقال واحد one move .
- الرمز \vdash^* يصف تتالي أو سلسلة من النقلات أو الانتقالات sequence of moves .
- مثال:
- $(p, b, T) \vdash (q, w, \alpha)$
- تعني أنه أثناء أثناء الانتقال من الحالة p إلى q ، يتم استخدام واستهلاك رمز الدخل 'b' ويجري تمثيل قمة المكس top of the stack 'T' بسلسلة جديدة α .

مثال 1 1 :Example

• صمم PDA لقبول اللغة $\{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$.

-
- **الحل:** نلاحظ أنه في هذه اللغة أنه يتوجب أن يلي عدد n من أحرف a ، عدد مقداره $2n$ من أحرف b . وبالتالي علينا أن نطبق منطق بسيط جداً وهو إذا قرأنا 'a' واحدة فإننا سندفع زوج من أحرف a في الكدسة $stack$. وحالما نقرأ حرف 'b' وحيد فإننا نسحب حرف 'a' واحد من الكدسة $stack$.
-

• ويمكننا وصف الحالة اللحظية ID كما يلي :

$$1. \delta(q_0, a, Z) = (q_0, aaZ)$$

$$2. \delta(q_0, a, a) = (q_0, aaa)$$

• والآن عندما نقرأ حرف b ، سوف نغير الحالة من q_0 إلى q_1 ونبدأ بسحب أحرف الـ ' a ' الموافقة وبالتالي

$$1. \delta(q_0, b, a) = (q_1, \epsilon)$$

•

- سيتم تكرار عملية سحب 'b' حتى تتم قراءة جميع الرموز. مع ملاحظة أن عملية السحب تحصل في الحالة q1 فقط.

$$1. \delta(q1, b, a) = (q1, \epsilon)$$

- بعد قراءة جميع رموز الـ b، يجب أن تكون جميع رموز a قد تم سحبها. وهكذا عند قراءتنا ϵ كرمز دخل عندها لا يجب أن يكون أي هنالك أي رمز في الكدسة stack. وبالتالي يجب أن يكون الانتقال كما يلي:

$$1. \delta(q1, \epsilon, Z) = (q2, \epsilon)$$

- حيث يمكننا وضع التعبير التالي:

- $PDA = (\{q0, q1, q2\}, \{a, b\}, \{a, Z\}, \delta, q0, Z, \{q2\})$

• ونلخص وصف الحالة اللحظية ID كما يلي:

$$1. \delta(q_0, a, Z) = (q_0, aaZ)$$

$$2. \delta(q_0, a, a) = (q_0, aaa)$$

$$3. \delta(q_0, b, a) = (q_1, \epsilon)$$

$$4. \delta(q_1, b, a) = (q_1, \epsilon)$$

$$5. \delta(q_1, \epsilon, Z) = (q_2, \epsilon)$$

•

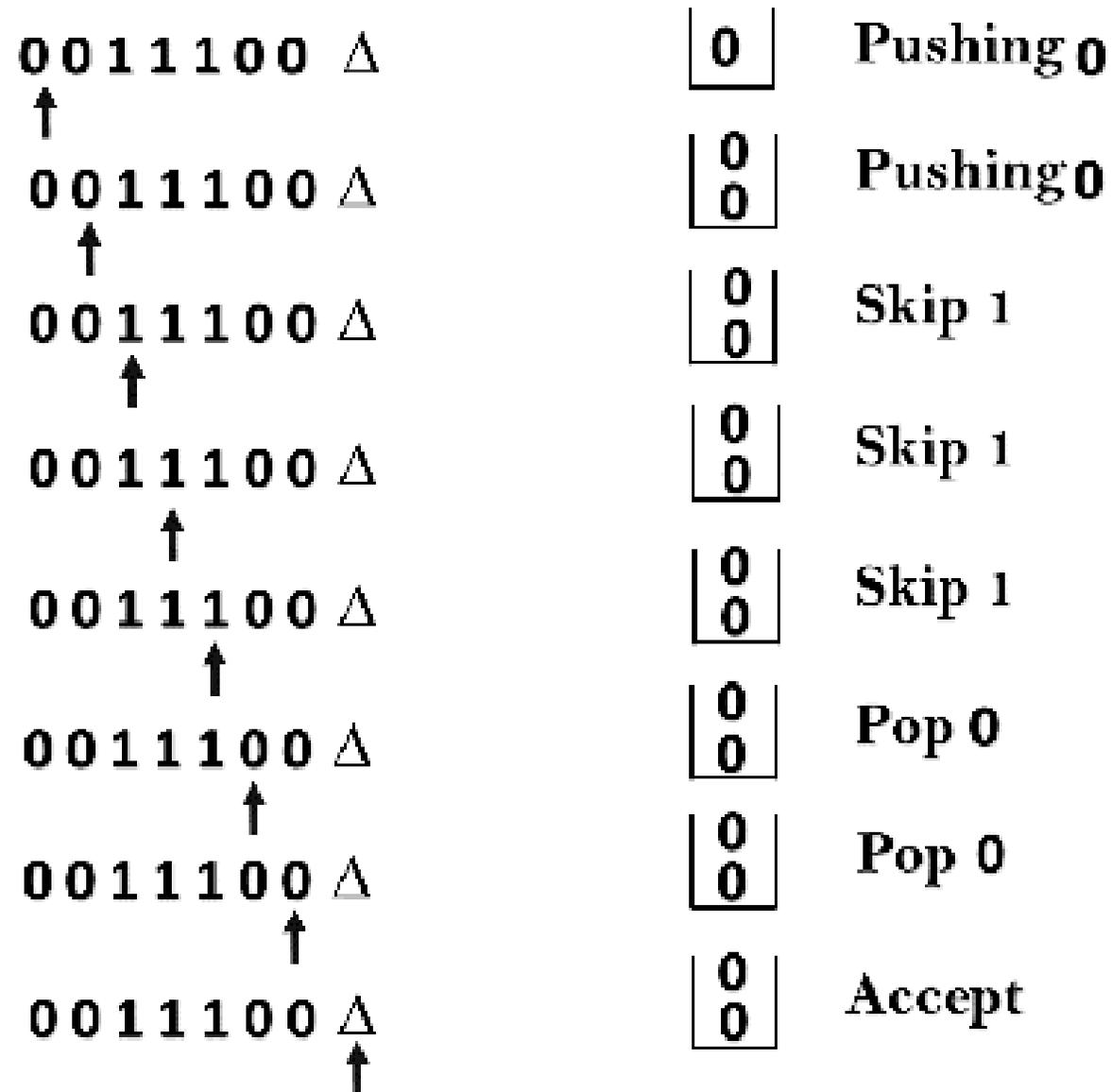
• ويمكننا محاكاة هذا الأوتومات الدفعي لسلسلة الدخل التالية "aaabbbbb" كما يلي:

1. $\delta(q_0, (, aaabbbbb, Z) \vdash \delta(q_0, aabbbbb, aaZ)$
2. $\vdash \delta(q_0, abbbbb, aaaaZ)$
3. $\vdash \delta(q_0, bbbbb, aaaaaZ)$
4. $\vdash \delta(q_1, bbbbb, aaaaaZ)$
5. $\vdash \delta(q_1, bbbb, aaaaZ)$
6. $\vdash \delta(q_1, bbb, aaaZ)$
7. $\vdash \delta(q_1, bb, aaZ)$
8. $\vdash \delta(q_1, b, aZ)$
9. $\vdash \delta(q_1, \epsilon, Z)$
10. $\vdash \delta(q_2, \epsilon)$
11. ACCEPT

1. $\delta(q_0, a, Z) = (q_0, aaZ)$
2. $\delta(q_0, a, a) = (q_0, aaa)$
3. $\delta(q_0, b, a) = (q_1, \epsilon)$
4. $\delta(q_1, b, a) = (q_1, \epsilon)$
5. $\delta(q_1, \epsilon, Z) = (q_2, \epsilon)$

مثال 2 2 :Example

- صمم PDA يقبل اللغة $\{0^n 1^m 0^n \mid m, n \geq 1\}$.
 - الحل: في هذا الـPDA، يتكرر الرمز 0 n مرة يليها تكرار الرمز 1 m مرة ومن ثم يتكرر الرمز 0 n مرة. وبالتالي فإن منطق تصميم هذا الأوتوماتا الدفعي سيكون كما يلي:
 - ادفع جميع الأصفار في الكدسة.
 - لا تقم بأية فعالية عند قراءة الواحد
 - وعند قراءة الصفر ثانيةً نقوم بسحب صفر من الكدسة.
 - ادفع جميع الأصفار إلى الـ stack ابتداءً من ظهور الصفر الأول. مع مصادفتنا لأول 1 على الدخل، لا تقم بأية فعالية حتى قراءة 0 من الدخل، عندها إبدأ بسحب صفر واحد (one 0) من الـ stack.
- على سبيل المثال:



• السيناريو بوصف الحالة اللحظية الـ Instantaneous Description ID كما يلي:

$$1. \delta(q_0, 0, Z) = \delta(q_0, 0Z)$$

$$2. \delta(q_0, 0, 0) = \delta(q_0, 00)$$

$$3. \delta(q_0, 1, 0) = \delta(q_1, 0)$$

$$4. \delta(q_1, 1, 0) = \delta(q_1, 0)$$

$$5. \delta(q_1, 0, 0) = \delta(q_1, \epsilon)$$

$$6. \delta(q_0, \epsilon, Z) = \delta(q_2, Z) \quad (\text{ACCEPT state})$$

•

• محاكاة الـ PDA لسلسلة الدخل "0011100".

1. $\delta(q_0, 0011100, Z) \vdash \delta(q_0, 011100, 0Z)$
2. $\vdash \delta(q_0, 11100, 00Z)$
3. $\vdash \delta(q_0, 1100, 00Z)$
4. $\vdash \delta(q_1, 100, 00Z)$
5. $\vdash \delta(q_1, 00, 00Z)$
6. $\vdash \delta(q_1, 0, 0Z)$
7. $\vdash \delta(q_1, \epsilon, Z)$
8. $\vdash \delta(q_2, Z)$
9. ACCEPT

قبول الأوتومات الدفعي PDA Acceptance

هنالك مقاربتان لكي تعد اللغة مقبولة عند استخدام الـ Pushdown automata:
1- القبول وفقاً للحالة النهائية: نقول أن الـ PDA يقبل سلسلة الدخل من النظر إلى وصوله إلى إحدى الحالات النهائية بعد قراءة مجمل سلسلة الدخل.

ليكن لدينا الـ PDA التالي: $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z, F)$

اللغة التي يقبلها بالنظر إلى الحالة النهائية هي:

$$L(PDA) = \{w \mid (q_0, w, Z) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon), q \in F\}$$

2- القبول بوجود كدسة فارغة Empty Stack: المشعر هو فراغ الكدسة بعد إتمام قراءة سلسلة الدخل

ليكن لدينا الـ PDA التالي: $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z, F)$.

يمكننا تعريف اللغة المقبولة باستخدام الكدسة الفارغة كما يلي:

$$N(PDA) = \{w \mid (q_0, w, Z) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon), q \in Q\}$$

تكافؤ القبول وفقاً للحالة النهائية والقبول بوجود كدسة فارغة

إذا كانت $L = N(P1)$ ما PDA، عندها فإنه هنالك PDA $P2$ يعطى $L = L(P2)$. وهذا يعني أن اللغة التي يقبلها بطريقة الكدسة الفارغة سوف يقبلها حتماً بطريقة الحالة النهائية.

• إذا كانت هنالك لغة $L = L(P1)$ ما PDA، عندها فإنه هنالك PDA $P2$ يعطى $L = N(P2)$ وهذا يعني أن اللغة التي يقبلها بطريقة الحالة النهائية هي التي يقبلها بحالة الكدسة الفارغة.

Example:

- If $L = N(P1)$ for some PDA $P1$, then there is a PDA $P2$ such that $L = L(P2)$. That means the language accepted by empty stack PDA will also be accepted by final state PDA.
- If there is a language $L = L(P1)$ for some PDA $P1$ then there is a PDA $P2$ such that $L = N(P2)$. That means language accepted by final state PDA is also acceptable by empty stack PDA.

-

المطلوب بناء PDA يقبل اللغة L المعرفة على {0, 1} باستخدام الكدسة الفارغة بحيث يتم قبول جميع السلاسل الصفرية والواحدية بحيث يكون عدد الأصفار ضعف عدد الواحدات.

الحل: Solution

هنالك مرحلتين لتصميم هذا الـ PDA :

- إذا أتت الواحدات قبل الأصفار If 1 comes before any 0's
- إذا أتت الأصفار قبل الواحدات If 0 comes before any 1's.

سنصمم الجزء الأول (الواحدات قبل الأصفار). المنطق هو قراءة واحد وحيد ودفع واحد في الكدسة. وبعد ذلك عند قراءة صفرين نقوم بسحب واحد من الكدسة. يمكننا إعطاء δ بالعلاقات التالية:

$$1. \delta(q_0, 1, Z) = (q_0, 11, Z) \quad \text{تمثل } Z \text{ فراغ الكدسة}$$

$$2. \delta(q_0, 0, 1) = (q_0, \epsilon)$$

سنصمم الجزء الثاني (الأصفار قبل الواحدات). المنطق هو قراءة صفر وحيد ودفعه في الكدسة. وبعد ذلك نغير الحالة من q_0 إلى q_1 . مع ملاحظة أن الحالة q_1 تشير إلى قراءة أول صفر وأنه يتوجب علينا بعد ذلك قراءة الصفر الثاني.

نبدأ بـ q_1 ، إذا ورد علينا واحد عندها سنسحب صفرًا 0 POP. وبكوننا في q_1 ، إذا قرأنا صفرًا نقوم ببساطة بقراءة الصفر الثاني ونتابع. وتكون δ تعطى كما يلي:

$$1. \delta(q_0, 0, Z) = (q_1, 0Z)$$

$$2. \delta(q_1, 0, 0) = (q_1, 0)$$

$$3. \delta(q_1, 0, Z) = (q_0, \epsilon) \quad (\text{indicate that one } 0 \text{ and one } 1 \text{ is already read, so simply read the second } 0)$$

$$4. \delta(q_1, 1, 0) = (q_1, \epsilon)$$

ويصبح الـ PDA النهائي كما يلي:

1. $\delta(q_0, 1, Z) = (q_0, 11Z)$

2. $\delta(q_0, 0, 1) = (q_1, \epsilon)$

3. $\delta(q_0, 0, Z) = (q_1, 0Z)$

4. $\delta(q_1, 0, 0) = (q_1, 0)$

5. $\delta(q_1, 0, Z) = (q_0, \epsilon)$

6. $\delta(q_0, \epsilon, Z) = (q_0, \epsilon)$ ACCEPT state

المطلوب إنشاء PDA للغة $L = \{0^n 1^m 2^m 3^n \mid n \geq 1, m \geq 1\}$
المقاربة المستخدمة للـ PDA في هذه الحالة.

1- يجري بدايةً دفع الأصفار إلى الـ stack.

2- بعدها ندفع الواحدات إلى الـ stack.

3- بعد ذلك من أجل كل 2 تظهر على الدخل، نسحب 1 من الـ stack. فإذا كان لا يزال هنالك 2's متبقية وكاتت قمة الكدسة تحمل 0 عندها يمكننا الاستنتاج أن السلسلة غير مقبولة من هذا الـ PDA.

أما إذا أصبح الـ stack خالياً من الـ 2's وكانت قمة الكدسة تحوي 0 عندها يجري سحب 0 من الـ stack مع ورود كل 3 على الدخل. فإذا انتهت سلسلة الدخل مع فراغ الـ stack عندها يعلن قبول السلسلة من قبل الـ PDA وخلاف ذلك يعلن رفضها.
الخطوة الأولى: دفع كل صفر من سلسلة الدخل في الـ stack. ومع ظهور الواحد يجري أيضاً دفعه إلى الـ stack أيضاً، ومن ثم ننتقل إلى الحالة التالية.

الخطوة الثانية: دفع كل واحد من سلسلة الدخل في الـ stack. ومع ظهور الإثنين 2 يجري أيضاً سحب 1 من الـ stack، ومن ثم ننتقل إلى الحالة التالية.

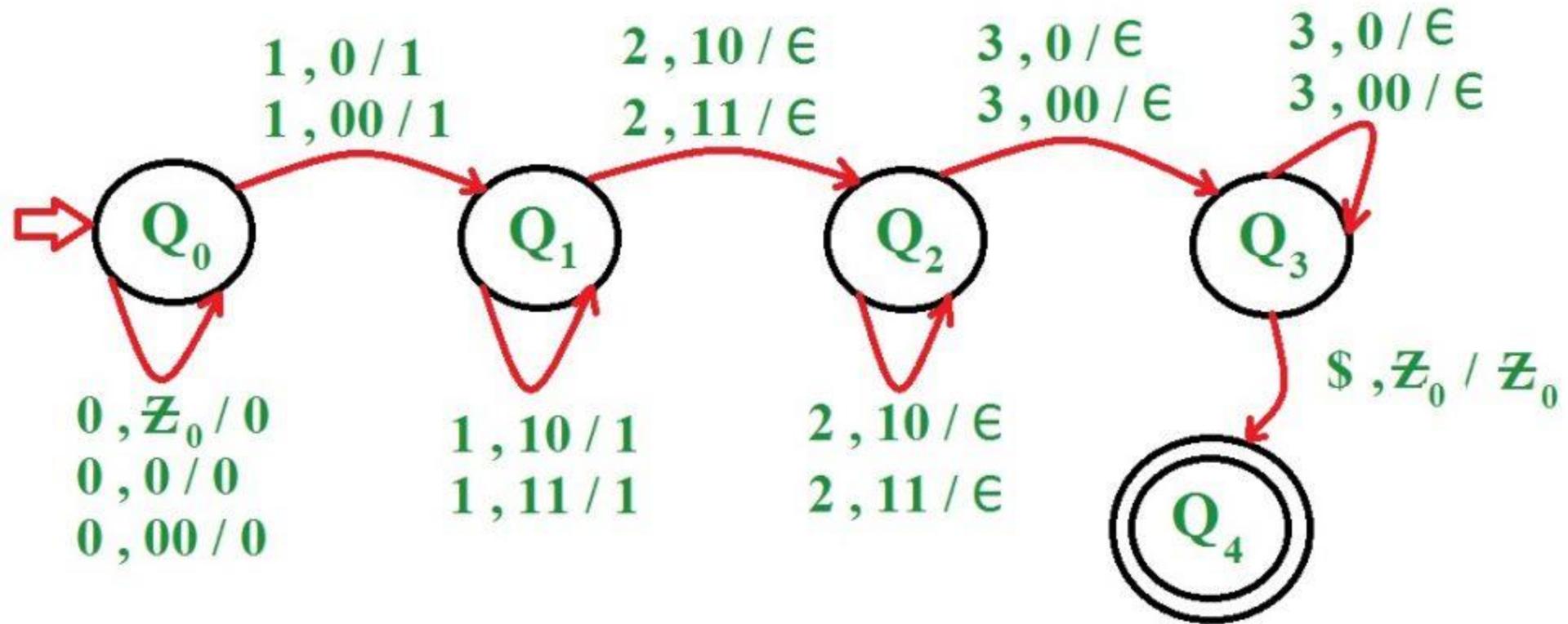
الخطوة الثالثة: عند ظهور 2 في سلسلة الدخل نسحب 1 من الـ stack. فإذا تم سحب جميع الواحدات من الـ stack وتم استقبال 3 عندها يتم سحب 0 من الـ stack وننتقل للحالة التالية.

الخطوة الرابعة: عند ظهور 3 في سلسلة الدخل نسحب 0 من الـ stack. فإذا انتهت سلسلة الدخل وترافق ذلك مع فراغ الـ stack، عندها ننتقل للحالة النهائية ونعتبر السلسلة خاضعة للقواعد.

Examples:

Input : 0 0 1 1 1 2 2 2 3 3 Result : ACCEPTED

Input : 0 0 0 1 1 2 2 2 3 3 Result : NOT ACCEPTED



المطلوب بناء PDA للغة $L = \{0^n 1^m \mid n \geq 1, m \geq 1, m > n+2\}$

المقاربة المستخدمة للـ PDA في هذه الحالة.

1- يجري بدايةً دفع الأصفار إلى الـ stack.

2- وعند الانتهاء من دفع الأصفار يتم تجاهل واحد من الـ stack (11). بعدها مع ورود كل واحد إلى stack كدخل، نسحب 0 من الـ stack، وعند فراغ الـ stack وبقاء 1 أو أكثر في الـ stack يجري إهمال هذه الواحدات.

الخطوة الأولى: دفع جميع الأصفار الواردة من سلسلة الدخل في الـ stack، حتى ورود واحد (1) عندها يتم تجاهله، ومن ثم ننتقل إلى الحالة التالية.

الخطوة الثانية: مع ورود 1 نتجاهله وننتقل إلى الحالة التالية.

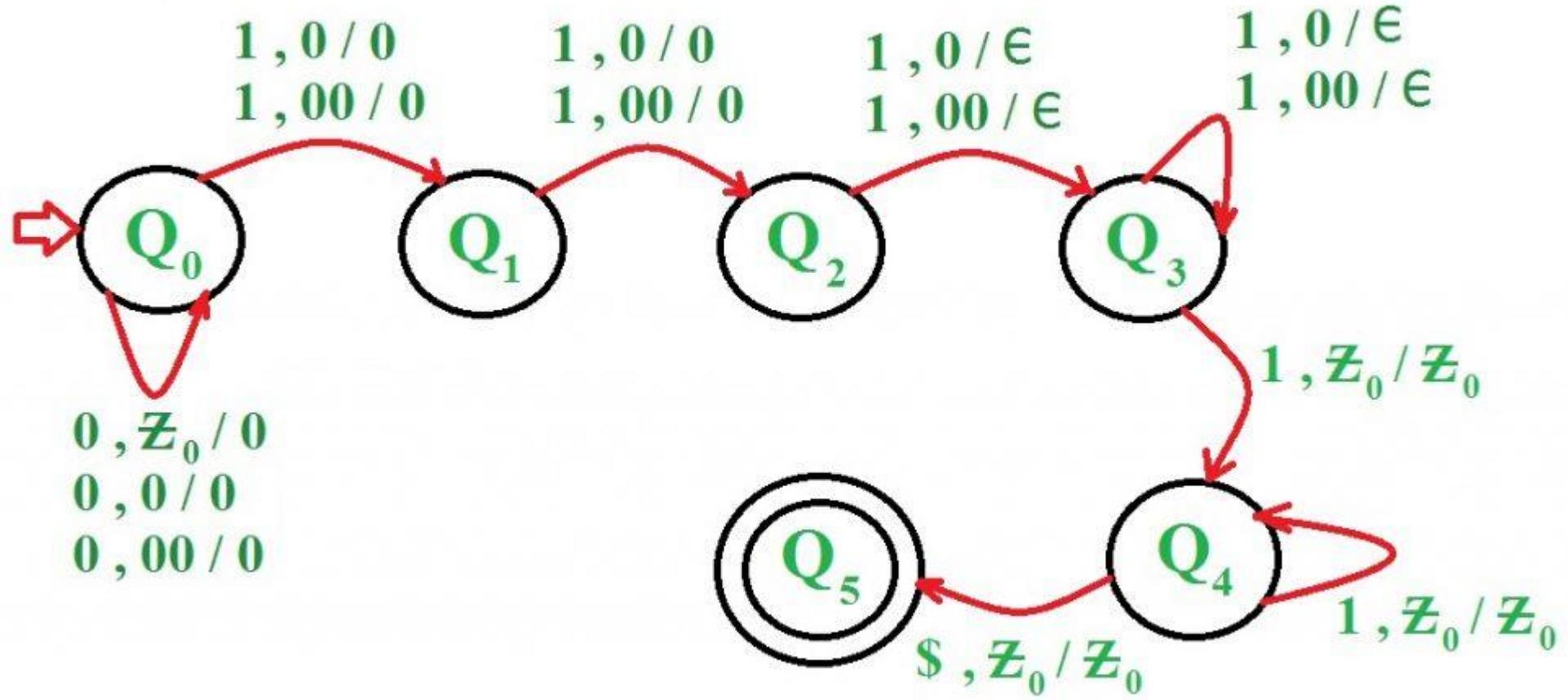
الخطوة الثالثة: مع ورود 1 نسحب 0 من قمة الكدسة، وننتقل إلى الحالة التالية.

الخطوة الرابعة: مع ورود 1 نسحب 0 من قمة الـ stack. فإذا كان الـ stack فارغاً، عند استقبال نتجاهل الـ 1. وننتقل إلى الحالة التالية.

الخطوة الرابعة: مع ورود 1 نتجاهله. فإذا انتهت سلسلة الدخل نذهب إلى الحالة النهائية.

Input : 0 0 0 1 1 1 1 1 Result : ACCEPTED

Input : 0 0 0 0 1 1 1 1 Result : NOT ACCEPTED



عرّف PDA للغة $L = \{a^n b^n \mid n > 0\}$ باستخدام الحالة النهائية.

الحل: $M =$ where $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ and $\Sigma = \{a, b\}$ and $\Gamma = \{A, Z\}$ and $F = \{q_3\}$ and δ is given by:

$$\delta(q_0, a, Z) = \{(q_1, AZ)\}$$

$$\delta(q_1, a, A) = \{(q_1, AA)\}$$

$$\delta(q_1, b, A) = \{(q_2, \epsilon)\}$$

$$\delta(q_2, b, A) = \{(q_2, \epsilon)\}$$

$$\delta(q_2, \epsilon, Z) = \{(q_3, Z)\}$$

جدول يبين كيفية عمل PDA مع السلسلة aaabbb:

Row	State	Input	δ (transition function) used	Stack (Leftmost symbol represents top of stack)	State after move
0	q_0	aaabbb		Z	
1	q_0	<u>a</u> aaabbb	$\delta(q_0, a, Z) = \{(q_1, AZ)\}$	AZ	q_1
2	q_1	aa <u>a</u> bbb	$\delta(q_1, a, A) = \{(q_1, AA)\}$	AAZ	q_1
3	q_1	aa <u>a</u> bbb	$\delta(q_1, a, A) = \{(q_1, AA)\}$	AAAZ	q_1
4	q_1	aaa <u>b</u> bb	$\delta(q_1, b, A) = \{(q_2, \epsilon)\}$	AAZ	q_2
5	q_2	aaab <u>b</u> b	$\delta(q_2, b, A) = \{(q_2, \epsilon)\}$	AZ	q_2
6	q_2	aaabb <u>b</u>	$\delta(q_2, b, A) = \{(q_2, \epsilon)\}$	Z	q_2
7	q_2	ϵ	$\delta(q_2, \epsilon, Z) = \{(q_3, \epsilon)\}$	Z	q_3

توضيح: في البداية حالة الأوتوماتا الابتدائية هي q_0 والرمز في الكدسة هو Z والدخل $aaabbb$ كما هو مبين في $row\ 0$. بقراءتنا للرمز a (المبين بالخط المعلم في $row\ 1$)، ستتغير الحالة إلى q_1 وستدفع الرمز A إلى الكدسة. وبورود رمز a التالي (المبين في $row\ 2$) سيجري دفع الرمز A في الكدسة والبقاء في الحالة q_1 . وبعد قراءة a ثلاث مرات ستصبح الكدسة $AAAZ$ وفي قمتها الرمز A . وبعد قراءة b (كما في $row\ 4$) سيتم سحب A والانتقال إلى الحالة q_2 . وستصبح الكدسة AAZ . وعند الانتهاء من قراءة جميع رموز b ستصبح الحالة q_2 وسيصبح محتو الكدسة Z . وفي $row\ 7$ ، عند رمز الدخل ϵ و Z في الكدسة، سيتم الانتقال إلى q_3 . وبوصولنا إلى الحالة النهائية q_3 بعد معالجة الدخل، سيتم قبول الدخل. ويطلق على هذا النمط من القبول، القبول باعتبار الحالة النهائية. *acceptance by the final state*.

Next, we will see how this automata works for aab:

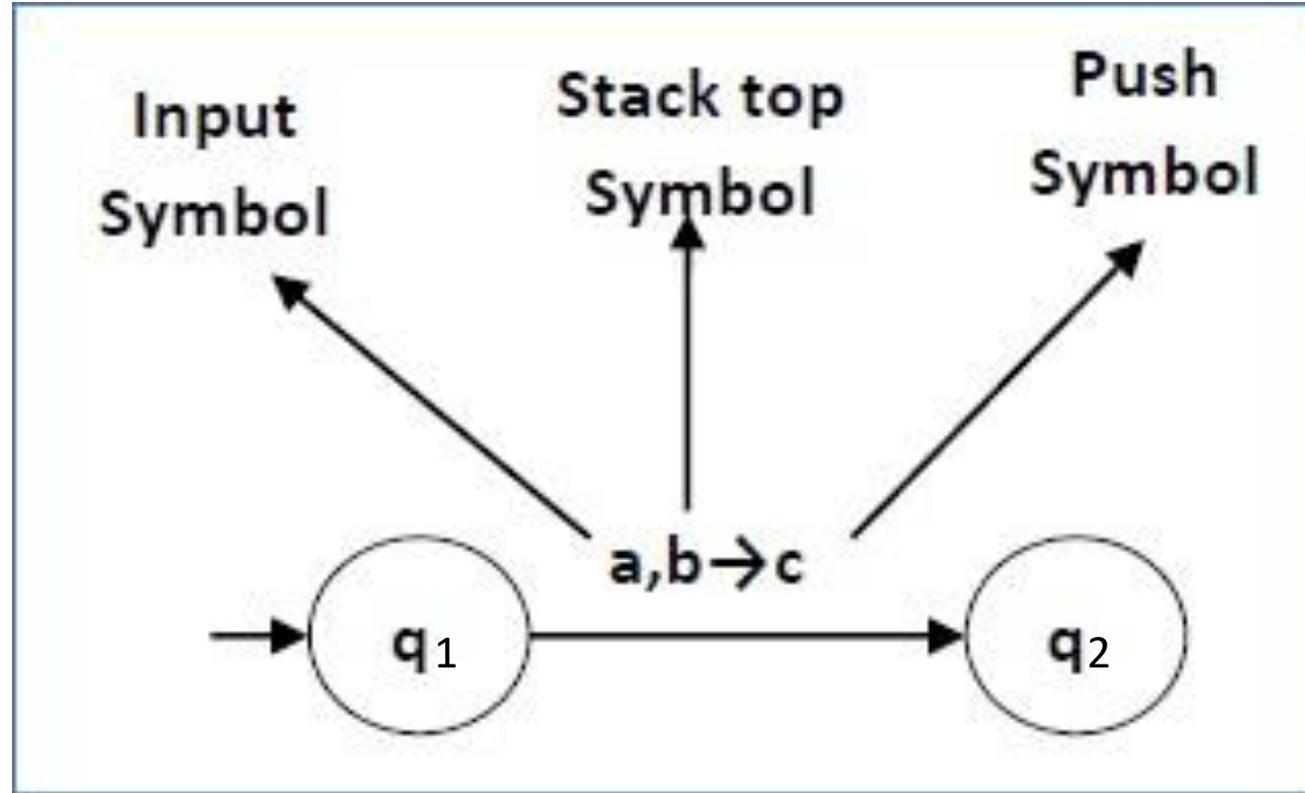
Row	State	Input	δ (transition function) used	Stack (Leftmost symbol represents top of stack)	State after move
0	q0	aab		Z	
1	q0	<u>a</u> ab	$\delta(q0, a, Z) = \{(q1, AZ)\}$	AZ	q1
2	q1	a <u>a</u> b	$\delta(q1, a, A) = \{(q1, AA)\}$	AAZ	q1
3	q1	aa <u>b</u>	$\delta(q1, b, A) = \{(q2, \epsilon)\}$	AZ	q2
4	q2	ϵ		AZ	

كما هو واضح من الصف الرابع، تمت معالجة كامل سلسلة الدخل والـ PDA في الحالة q2. و q2 ليست حالة نهائية، الـ PDA لا يقبل سلسلة الدخل aab.

لنناقش السؤال المعتمد على ذلك:

السؤال الأول: **بفرض أن مخطط الانتقال للـ PDA هو المعطى أعلاه، وأن أبجدية الدخل هي: $\Sigma = \{a, b\}$ input alphabet وأن أبجدية الكدسة هي $\Gamma = \{X, Z\}$ stack alphabet.** حيث Z هو رمز البداية للـ stack. و L تشير إلى اللغة التي يقبلها الـ PDA.

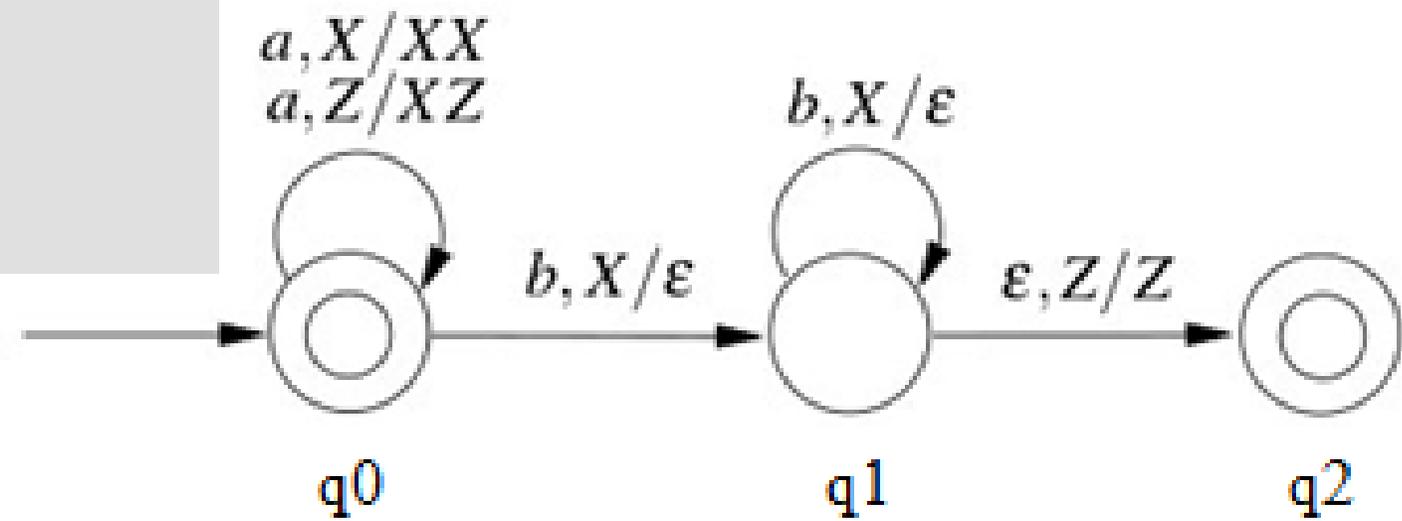
يبين الشكل التالي الانتقال في الـ PDA من الحالة q_1 إلى الحالة q_2 عند ورود العلام $a, b \rightarrow c$



المخطط أعلاه يشرح هذا المفهوم كما يلي: عندما نكون في الحالة q_1 وجاء رمز من سلسلة الدخل هو a مثلاً، وكانت في قمة الكدسة الرمز b ، عندها فسيتم سحب b من الكدسة وسندفع c في قمة الكدسة وننتقل إلى الحالة q_2 .

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ and
 $\Sigma = \{a, b\}$ and
 $\Gamma = \{X, Z\}$ and
 $Z_0 = Z$
 $F = \{q_0, q_2\}$ and δ is given by :

$\delta(q_0, a, Z) = \{(q_0, XZ)\}$
 $\delta(q_0, a, X) = \{(q_0, XX)\}$
 $\delta(q_0, b, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$
 $\delta(q_1, b, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$
 $\delta(q_1, \epsilon, Z) = \{(q_2, Z)\}$



مثال : Palindrome القراءة باتجاهين

Let $L_{ww^R} = \{ww^R \mid w \text{ is in } (0+1)^*\}$

CFG for $L_{ww^R} : (\{P\}, \{0,1,\epsilon\}, P, S)$

$S \Rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid \epsilon$

PDA for $L_{ww^R} :$

$P := (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$

$= (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0,1\}, \{0,1,Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_2\})$

1. $\delta(q_0, 0, Z_0) = \{(q_0, 0Z_0)\}$

2. $\delta(q_0, 1, Z_0) = \{(q_0, 1Z_0)\}$

3. $\delta(q_0, 0, 0) = \{(q_0, 00)\}$

4. $\delta(q_0, 0, 1) = \{(q_0, 01)\}$

5. $\delta(q_0, 1, 0) = \{(q_0, 10)\}$

6. $\delta(q_0, 1, 1) = \{(q_0, 11)\}$

7. $\delta(q_0, \epsilon, 0) = \{(q_1, 0)\}$

8. $\delta(q_0, \epsilon, 1) = \{(q_1, 1)\}$

9. $\delta(q_0, \epsilon, Z_0) = \{(q_1, Z_0)\}$

10. $\delta(q_1, 0, 0) = \{(q_1, \epsilon)\}$

11. $\delta(q_1, 1, 1) = \{(q_1, \epsilon)\}$

12. $\delta(q_1, \epsilon, Z_0) = \{(q_2, Z_0)\}$

دفع الرمز الأول في الكدسة

نمو الـ stack من خلال دفع الرموز فيه (w-part)

التبديل إلى نموذج السحب (الحدود بين w و w_R)

تقليص الـ stack من خلال سحب الرموز المطابقة
(w_R -part)

الوصول إلى حالة القبول acceptance state

1. $\delta(q_0, 0, Z_0) = \{(q_0, 0Z_0)\}$
2. $\delta(q_0, 1, Z_0) = \{(q_0, 1Z_0)\}$

3. $\delta(q_0, 0, 0) = \{(q_0, 00)\}$
4. $\delta(q_0, 0, 1) = \{(q_0, 01)\}$
5. $\delta(q_0, 1, 0) = \{(q_0, 10)\}$
6. $\delta(q_0, 1, 1) = \{(q_0, 11)\}$

7. $\delta(q_0, \epsilon, 0) = \{(q_1, 0)\}$
8. $\delta(q_0, \epsilon, 1) = \{(q_1, 1)\}$
9. $\delta(q_0, \epsilon, Z_0) = \{(q_1, Z_0)\}$

10. $\delta(q_1, 0, 0) = \{(q_1, \epsilon)\}$
11. $\delta(q_1, 1, 1) = \{(q_1, \epsilon)\}$

12. $\delta(q_1, \epsilon, Z_0) = \{(q_2, Z_0)\}$

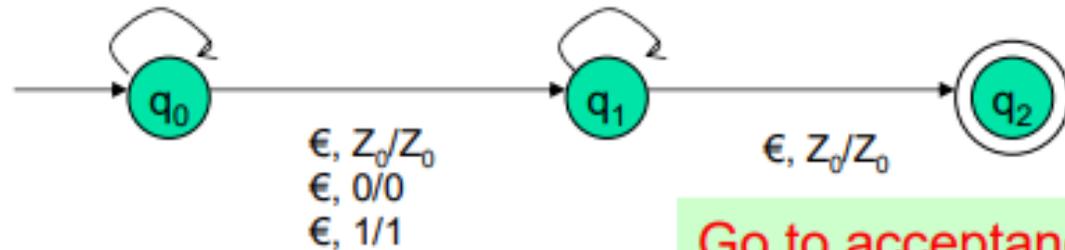
Grow stack

0, $Z_0/0Z_0$
 1, $Z_0/1Z_0$
 0, 0/00
 0, 1/01
 1, 0/10
 1, 1/11

Pop stack for
 matching symbols

0, 0/ ϵ
 1, 1/ ϵ

$\Sigma = \{0, 1\}$
 $\Gamma = \{Z_0, 0, 1\}$
 $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$



Switch to
 popping mode

Go to acceptance