المحاضرة الأولى – ميكانيك هندسي -د. نزار عبد الرحمن

مفردات المقرر :

- مقدمة عامة :واحدات القياس – قوانين نيوتن.
- أشعة القوى: (تمثيل الأشعة ،تحليل الأشعة إلى مركبات متعامدة – محصلة مجموعة من القوى المستوية – تحليل قوة وفق منحيين غير متعامدين – محصلة قوتين غير متعامدتين –الأشعة الديكارتية –جمع وطرح الأشعة – أشعة الموقع).
- توازن الجسيم في المستوي – توازن الجسيم في الفراغ .
- محصلة نظام القوى :عزم القوة –الجداء الشعاعي – النظام المكافئ (محصلة قوة وعزم –الارجاع إلى قوة وعزم مزدوجة – القوى الموزعة).
- توازن الأجسام: توازن الأجسام في المستوي. توازن الأجسام في الفراغ
- المنشآت المعدنية : طريقة فصل العقد – طريقة المقاطع
- الهياكل والآليات
- الاحتكاك
- مراكز الثقل
- عزم القصور الذاتي.
- حركة النقطة المادية
- تحريك النقطة المادية
- الحركة الدورانية للجسم الصلب
- الحركة العامة المستوية للجسم الصلب
- **المراجع :**

1.ENGINEERING MECHANICS, STATICS, FOURTEENTH EDITION R.C . HIBBELER-

2-.ENGINEERING MECHANICS, DYNAMICS, TENTH EDITION , R.C . HIBBELER

الميكانيك الهندسي

ينقسم علم الميكانيك الهندسي للجسم الصلب إلى قسمين رئيسيين هما : الستاتيك (التوازن)، والديناميك (الحركة والتحريك).

يدرس علم الستاتيك توازن الأجسام تحت تأثير القوى والعزوم المختلفة .

يدرس علم الحركة حركة النقطة المادية والأجسام خلال الزمن ، دون التطرق إلى القوى والعزوم المؤثرة .

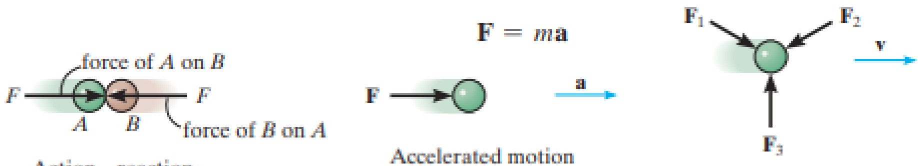
يدرس التحريك حركة الأجسام المادية تحت تأثير القوى والعزوم المختلفة

قوانين نيوتن :

القانون الأول : يبقى الجسم في حالة توازن أو يتحرك بالحركة المستقيمة المنتظمة إذا لم تؤثر على الجسم أية قوة غير متوازنة .

القانون الثاني : إذا أثّرت قوة F غير متوازنة على جسم كتلته m، فإنها تكسبه تسارعاً مقداره a بنفس الاتجاه ، وتتحقق العلاقة : F=m.a.

القانون الثالث : لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه بالاتجاه .



Action – reaction
(c)

Accelerated motion
(b)

Equilibrium
(a)

واحدات القياس النظامية : في نظام القياس العالمي يقدّر الطول بالمتر، والزمن بالثانية ، والكتلة بالكيلو غرام ، والقوة بالنيوتن .

العلاقة بين الوزن والكتلة :

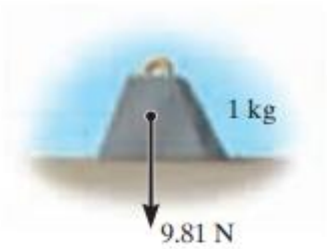
من العلاقة $F = m.a$ القوة تساوي الكتلة مضروبة بالتسارع

أي أن 1 نيوتن يساوي القوة اللازمة من أجل تحريك كتلة مقدارها 1 كيلو غرام ، بحيث تكسبها تسارعاً مقداره $1 m/s^2$.

عندما نريد تعيين الكتلة بالنيوتن يجب تطبيق تسارع الجاذبية $g=9.80665\ m/s^2$، أي أن

$$W = m.g(g = 9.81\frac{m}{s^2})$$

إذن من أجل جسم كتلته 1 كيلوغرام يكون وزنه يساوي 9.81 نيوتن



(a)

في نظام القياس البريطاني (الأقل استخداما) يقاس الطول بالقدم والزمن بالثانية والكتلة بوحدة السلغ (slug) والقوة بالباوند .

TABLE 1–1 Systems of Units

Name	Length	Time	Mass	Force
International System of Units SI	meter m	second s	kilogram kg	$\boxed{\text{newton*}}$ N $\left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right)$
U.S. Customary FPS	foot ft	second s	$\boxed{\text{slug*}}$ $\left(\frac{lb \cdot s^2}{ft}\right)$	pound lb

*Derived unit.

التحويل بين الواحدات :

TABLE 1–2 Conversion Factors

Quantity	Unit of Measurement (FPS)	Equals	Unit of Measurement (SI)
Force	lb		4.448 N
Mass	slug		14.59 kg
Length	ft		0.3048 m

TABLE 1–3 Prefixes

	Exponential Form	Prefix	SI Symbol
Multiple			
1 000 000 000	10^9	giga	G
1 000 000	10^6	mega	M
1 000	10^3	kilo	k
Submultiple			
0.001	10^{-3}	milli	m
0.000 001	10^{-6}	micro	μ
0.000 000 001	10^{-9}	nano	n

1-تحليل قوة وفق منحيين متعامدين :

عندما يتطلب تحليل قوة إلى مركبتين متعامدتين وفق المحورين X-Y.هذه المركبات تدعى المركبات المتعامدة . تحليلياً، يمكن تمثيل هذه المركبات بطريقتين : إما وفق الشكل العددي أو تمثيل الأشعة ديكارتيا .

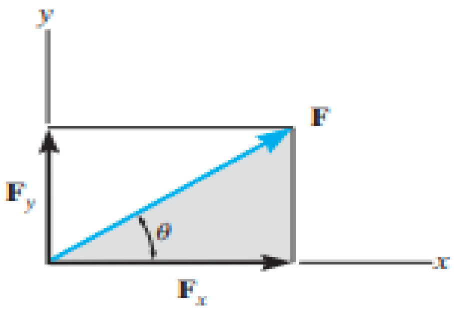
التمثيل العددي :

يمكن تمثيل المركبات المتعامدة للقوةF باستخدام قاعدة متوازي الأضلاع

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_x + \boldsymbol{F}_y$$

- نرسم من بداية القوة مستقيمين : الأول يوازي المحور X، والثاني يوازي المحور Y.
- نرسم من نهاية القوة مستقيمين : الأول يوازي المنحى X والثاني يوازي المحور Y.
- يتشكل لدينا متوازي أضلاع قائم الزاوية ، نأخذ أحد المثلثين القائمين ونحسب القيمة الجبرية للمركبتين Fx ,Fy

يمكن حساب هذه المركبات من المثلث اليميني :

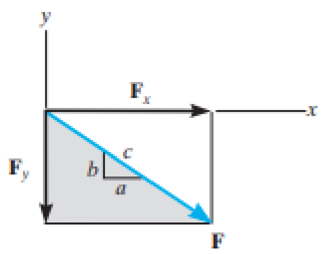


(a)

$$\boldsymbol{F_x = Fcos\theta \quad and \quad F_y = Fsin\theta}$$

أحيانا يعرّف منحى القوة عن طريق "مثلث ميل صغير" بدلا من الزاوية $\boldsymbol{\theta}$

عن طريق التشابه بين المثلث الصغيروالمثلث الكبير المظلّل نكتب :



(b)

$$\frac{F_x}{F} = \frac{a}{c} \quad , F_x = F.\left(\frac{a}{c}\right)$$

$$\frac{F_y}{F} = \frac{b}{c} \quad , F_y = -F.\left(\frac{b}{c}\right)$$

الاشارة السالبة للقوة $\boldsymbol{F_y}$ تدل على أن اتجاه هذه القوة وفق الاتجاه السالب للمحور y.

2-محصلة قوتين متعامدتين :

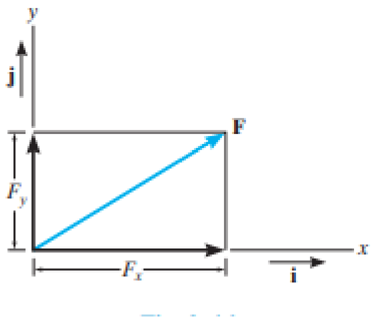
- نرسم من نهاية القوة الأولى مستقيما يوازي منحى القوة الثانية **Fy**.
- نرسم من نهاية القوة الثاني مستقيما يوازي منحى القوة الأولى **Fx**.
- يتقاطع المستقيمان في نقطة ، نصل بداية القوتين مع نقطة التقاطع فنحصل على المحصلة $\boldsymbol{F_R}$ والتي نستطيع حسابها من تطبيق نظرية فيثاغورث .

3-التمثيل الديكارتي للشعاع :

يمكن تمثيل مركبات القوة ديكارتيا أيضا ، باستخدام أشعة الواحدة الديكارتية i او j .
قيمتها تساوي الواحد .

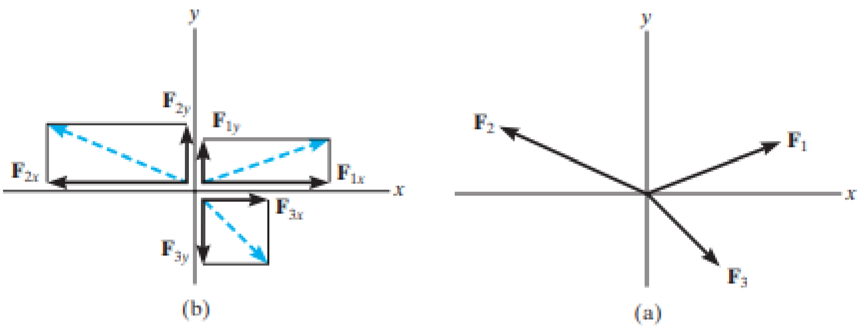
طويلة كل مركبة للقوة F تكون موجبة دوماً ، ويتم تمثيلها بواسطة عدد موجب دوماً .

نمثّل القوة Fكشعاع ديكارتي عن طريق العلاقة $\boldsymbol{F} = F_x.\boldsymbol{i} + F_y.\boldsymbol{j}$



4-محصلة مجموعة من القوى المستوية :

- نحلّل كل قوة إلى مركبتين متعامدتين ونحسب قيمة هاتين المركبتين .
- نجمع مركبات كافة القوى على المحور x $\quad F_{Rx} = \sum F_x$
- نجمع مركبات كافة القوى على المحور $y \quad F_{Ry} = \sum F_y$
- تتحوّل المسألة إلى إيجاد محصلة قوتين متعامدتين وتكون قيمة المحصلة : $F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$
- منحى المحصلة : $\theta = tg^{-1} \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right|$



$$\mathbf{F}_1 = F_{1x}\,\mathbf{i} + F_{1y}\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{F}_2 = -F_{2x}\,\mathbf{i} + F_{2y}\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{F}_3 = F_{3x}\,\mathbf{i} - F_{3y}\,\mathbf{j}$$

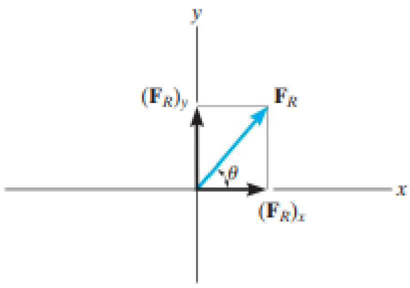
شعاع المحصلة :

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_R &= \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3\\ &= F_{1x}\,\mathbf{i} + F_{1y}\,\mathbf{j} - F_{2x}\,\mathbf{i} + F_{2y}\,\mathbf{j} + F_{3x}\,\mathbf{i} - F_{3y}\,\mathbf{j}\\ &= (F_{1x} - F_{2x} + F_{3x})\mathbf{i} + (F_{1y} + F_{2y} - F_{3y})\mathbf{j}\\ &= (F_{Rx})\mathbf{i} + (F_{Ry})\mathbf{j}\end{aligned}$$

- التمثيل العددي لمركبات القوى وفق المحورين x-y:

$$\xrightarrow{+} \qquad (F_R)_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$
$$+\uparrow \qquad (F_R)_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$

$$\boxed{\begin{aligned}(F_R)_x &= \Sigma F_x\\ (F_R)_y &= \Sigma F_y\end{aligned}}$$



(c)

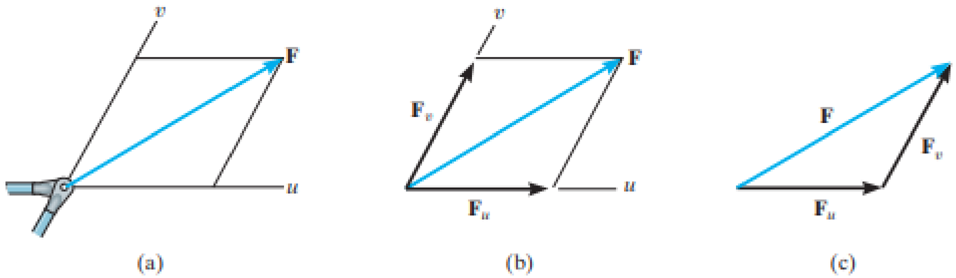
طويلة المحصلة	$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$
منحى المحصلة	$\theta = \tan^{-1}\left\lvert\dfrac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right\rvert$

5- تحليل قوة وفق منحيين غير متعامدين :

- نرسم من بداية القوة الأولى مستقيمين :الأول يوازي المنحىU ، والثاني يوازي المنحى V

- نرسم من نهاية القوة الثانية مستقيمين : الأول يوازي المنحى U، والثاني يوازي المنحى V

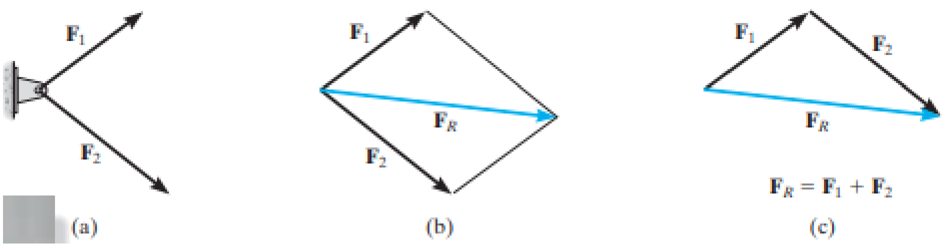
يتشكّل متوازي أضلاع ، نطبق قانون الجيب على متوازي الأضلاع من أجل حساب قيمة المركبتين **Fu ,Fv**



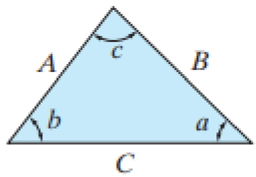
6- محصلة قوتين غير متعامدتين :

- نرسم من بداية القوة الأولى Fuمستقيما يوازي منحى القوة الثانية Fv.
- نرسم من نهاية القوة الثانية Fv.مستقيما يوازي منحى القوة الأولى Fu
- نصل بداية القوتين مع نقطة التقاطع ،فنحصل على المحصلة **FR**

نستخرج مثلث القوى من متوازي الاضلاع السابق ونطبّق قانون التجيب على مثلث القوى من أجل حساب قيمة المحصلة



قانوني الجيب والتجيب:



Cosine law:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

Sine law:

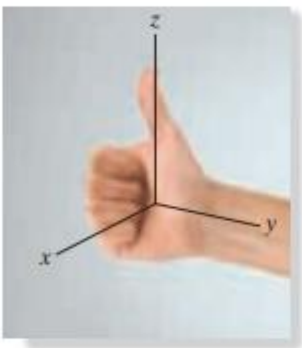
$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

(c)

7-الأشعة الديكارتية

يستخدم التمثيل الديكارتي للأشعة من أجل حل المسائل في الفراغ ثلاثي الأبعاد .

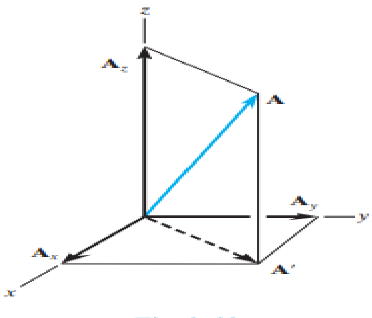
قاعدة اليد اليمنى : يشير أصبع الإبهام إلى الاتجاه الموجب للمحور Z، وتدور أصابع اليد اليمنى حول المحور Z من الاتجاه الموجب للمحور Xإلى الاتجاه الموجب للمحور Y.

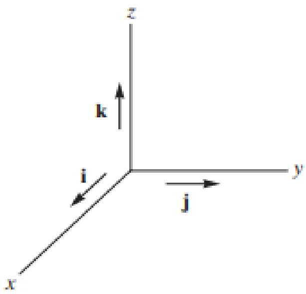


المركبات النظامية للشعاع :

يرمز للشعاع بشعاع فوق القوة ، أو بخط ، أو بحرف عريض .

يمكن للشعاع A أن يمتلك مركّبة واحدة ، أو اثنتين ،أو ثلاث مركبات نظامية وفق الاتجاهات X,Y,Z.يمكننا تحليل الشعاع A وفق عمليتين متتاليتين لمتوازي الأضلاع :





أولا : يمكننا تحليل الشعاع A وفق مايلي :

$$\boldsymbol{A} = \grave{A} + \boldsymbol{A_Z}$$

$$\grave{A} = \boldsymbol{A_x} + \boldsymbol{A_y}$$

أي أننا نستطيع كتابة الشعاع A وفق ثلاث مركبات نظامية :

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A_x} + \boldsymbol{A_y} + \boldsymbol{A_z}$$

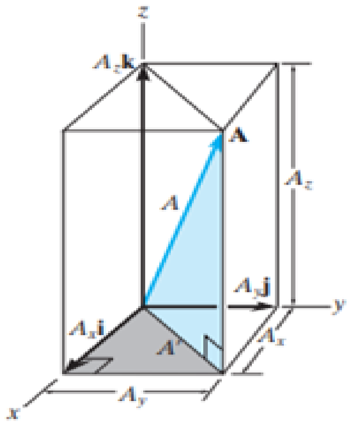
الأشعة الواحدية :تستخدم الأشعة I ,J,K لتحديد اتجاه المحاور X,Y,Z

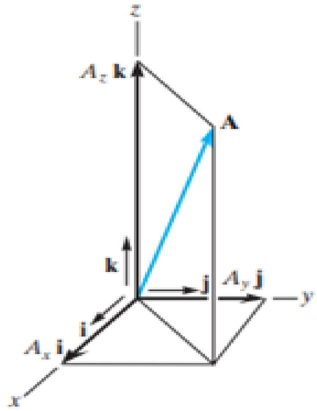
تمثيل الشعاع الديكارتي : يمكننا كتابة الشعاع A كشعاع ديكارتي وفق الصيغة التالية :

$$\boldsymbol{A} = A_x\,\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}$$

طويلة الشعاع الديكارتي :

$$A = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2}$$

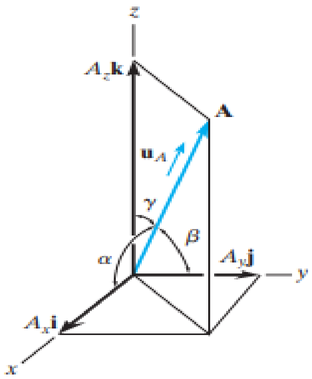




منحى الشعاع الديكارتي :

نحدد مسقط الشعاع Aعلى محاور الاحداثيات X,Y,Z

لدينا الزوايا التالية مع المحاور التي تسمى " تجيبات المنحى" :



$$COS\alpha = \frac{A_x}{A} \;, COS\beta = \frac{A_y}{A}, COS\gamma = \frac{A_z}{A}$$

يمكننا الحصول على المنحى عن طريق كتابة شعاع الواحدة

$$\boldsymbol{U}_A = \frac{\boldsymbol{A}}{A} = \frac{A_x}{A} .\boldsymbol{i} + \frac{A_y}{A}\boldsymbol{j} + \frac{A_z}{A}\ \boldsymbol{k}$$

$$A = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2}$$

$$U_A = COS\alpha\,.\boldsymbol{i} + COS\beta.\boldsymbol{j} + COS\gamma.\boldsymbol{k}$$

$$COS^2\alpha + COS^2\beta + COS^2\gamma = 1$$

الخلاصة : عندما يعطى طويلة واحداثيات زوايا المنحى للشعاع $\boldsymbol{A}$، يمكننا كتابة الشعاع كشعاع ديكارتي وفق الصيغة التالية :

$$\boldsymbol{A} = A.\boldsymbol{U_A}$$

$$= Acos\alpha\boldsymbol{i} + Acos\beta\boldsymbol{j} + Acos\gamma\boldsymbol{k}$$

$$=A_x.\boldsymbol{i} + A_y.\boldsymbol{i} + A_z.\boldsymbol{i}$$

جمع وطرح الأشعة الديكارتية :

تعتبر عملية جمع وطرح الأشعة بسيطة عندما يتم التعبير عن الشعاع كصيغة ديكارتية ، مثلا من أجل الشعاعين :

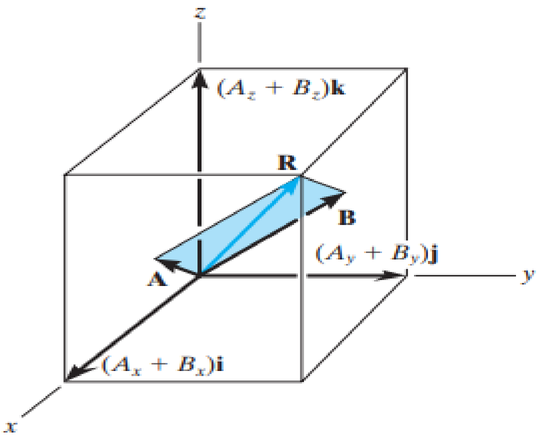
$$\boldsymbol{A} = A_x.\boldsymbol{i} + A_y.\boldsymbol{j} + A_z.\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{B} = B_x.\boldsymbol{i} + B_y.\boldsymbol{j} + B_z.\boldsymbol{k}$$

يكون شعاع المحصلة R عبارة عن شعاع يمثل الجمع الجبري للمركبات i,j,k للشعاعين AوB ، أي أن :

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = (A_x + B_x)\boldsymbol{i} + (A_y + B_y)\boldsymbol{j} + (A_z + B_z)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = (A_x - B_x)\boldsymbol{i} + (A_y - B_y)\boldsymbol{j} + (A_z - B_z)\boldsymbol{k}$$



نظام القوى المتلاقية :

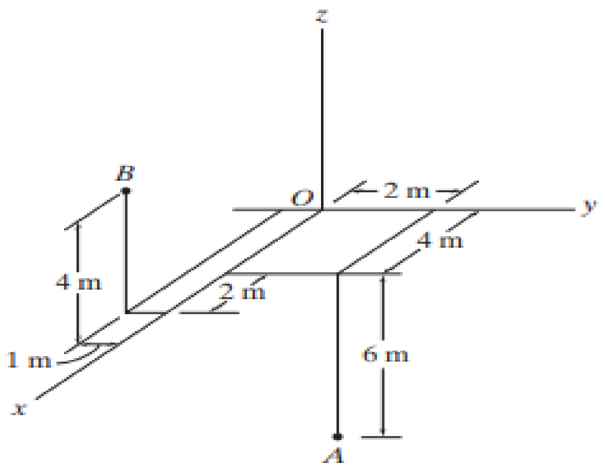
يمكن تعميم علاقة جمع الأشعة من أجل حساب محصلة مجموعة من القوى المتلاقية :

$$\boldsymbol{F}_R = \sum \boldsymbol{F} = \sum F_x \boldsymbol{i} + \sum F_y \boldsymbol{j} + \sum F_z \boldsymbol{k}$$

حيث أن $\sum F_z$ ، $\sum F_y$ ، $\sum F_x$ **تمثل المجموع الجبري للمركبات وفق المحاور x,y,z أو مركبات الأشعة الواحدية i.j.k**

8-أشعة الموقع

الاحداثيات X,Y,Z :



يمكن تمثيل النقاط في الفراغ عن طريق جملة احداثيات بالنسبة لمبدأ الاحداثيات Oعن طريق قياسات متتالية وفق المحاورX,Y,Z، مثلا : يمكن الحصول على احداثيات النقطة A منطلقين من المبدأ O وقياسm 4+ =XA على امتداد المحورX، و YA=+2mعلى امتداد المحور Y وZA=-6m على امتداد المحور Z.

أي أننا نستطيع كتابة احداثيات النقطةA : A(4,2,-6) .

بنفس الطريقة يمكننا كتابة احداثيات النقطة B (6,-1,4)

شعاع الموقع :

يعرّف شعاع الموقع r كشعاع ثابت يربط نقطة في الفراغ بنقطة ثانية ، مثلا إذا كان الشعاع r يمتد من المبدأ إلى النقطة p (x ,y , z)، عندها نستطيع كتابة الشعاع r كشعاع ديكارتي وفق العلاقة :

$$\mathbf{r} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$$

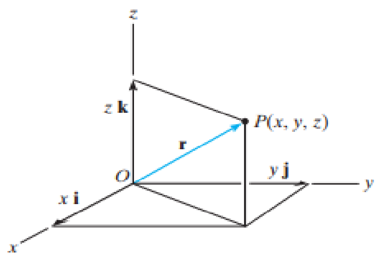
مع ملاحظة طريقة وضع الأشعة (بداية – نهاية) مبتدأين من المبدأ O متحركين بمسافة x وفق الاتجاه +I، وبعدها y باتجاه + j وأخيرا z باتجاه +k، لكي نصل إلى النقطة p(x,y,z).

في حالات كثيرة يتجه الشعاع من النقطة A إلى النقطة B

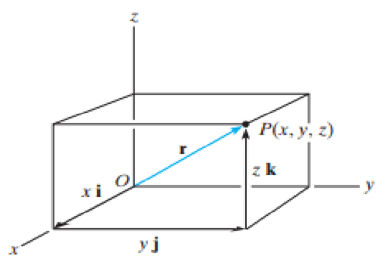
عن طريق وضع الأشعة (بداية –نهاية) لدينا العلاقة :

$$\boldsymbol{r_A} + \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_B}$$

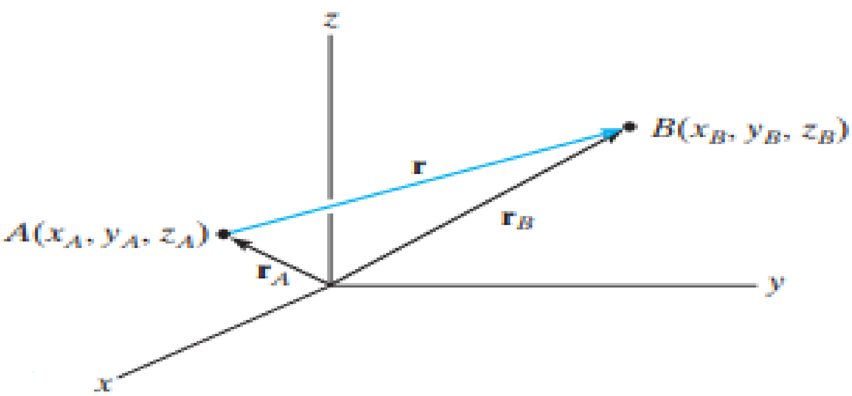
$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_B} - \boldsymbol{r_A} = (x_B - x_A)\boldsymbol{i} + (y_B - y_A)\boldsymbol{j} + (z_B - z_A)\boldsymbol{k}$$



(a)



(b)

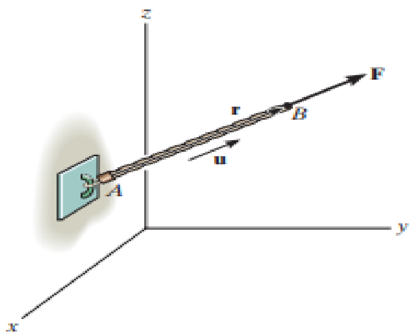


(a)

شعاع القوة المتجه على استقامة خط :

في بعض الحالات يتم تمثيل القوة على خط تأثيرها الماربنقطتين ، مثل القوة F المتجهة على امتداد الحبل AB.

يمكننا تمثيل القوة F كشعاع ديكارتي يمتلك نفس اتجاه شعاع الموقع r ومتجه من النقطة A إلى النقطة B.



شعاع الواحدة $\mathbf{U} = \frac{r}{r}$

$$\mathbf{F} = F\mathbf{u} = F\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) = F\left(\frac{(x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}\right)$$