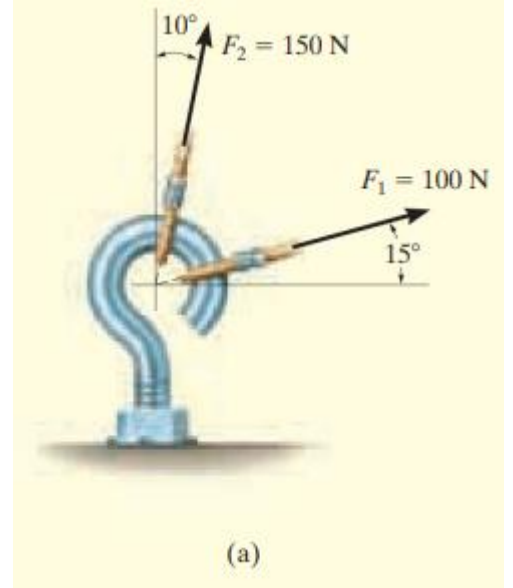
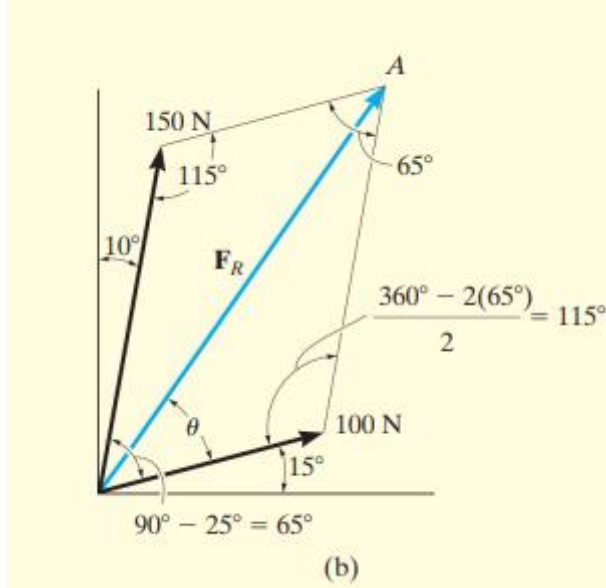


الجلسة الأولى - ميكانيك هندسي - د. نزار عبد الرحمن

مسألة 1: لولب ربط معرّض لقوتين F_1 و F_2 . احسب منحي واتجاه المحصلة .



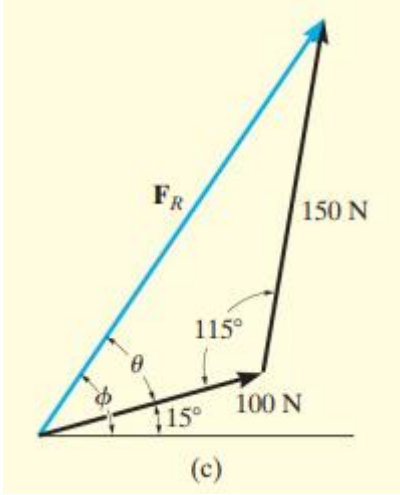
الحل: نحصل على المحصلة برسم مستقيم من نهاية القوة الأولى F_1 موازيا لمنحي القوة الثانية F_2 ، ومن نهاية القوة F_2 مستقيما موازيا لمنحي القوة الأولى F_1 ، ويكون شعاع المحصلة F_R ممتدا من بداية القوتين إلى نقطة التقاطع .

مثلث القوى: نستخرج مثلث القوى من متوازي الأضلاع ونطبّق قانون التجيب من أجل حساب المحصلة :

$$F_R = \sqrt{(100)^2 + (150)^2 - 2(100).(150) \cos 115}$$

$$.6 \text{ N} \approx 213 \text{ N}$$

من أجل حساب منحي المحصلة نلاحظ أن زاوية ميل المحصلة مؤلفة من زاويتين : الأولى معلومة قيمتها 15 درجة ، والثانية مجهولة θ نستطيع حسابها من تطبيق قانون الجيب على مثلث القوى :



$$\frac{150N}{\sin\theta} = \frac{212.6}{\sin 115^\circ}$$

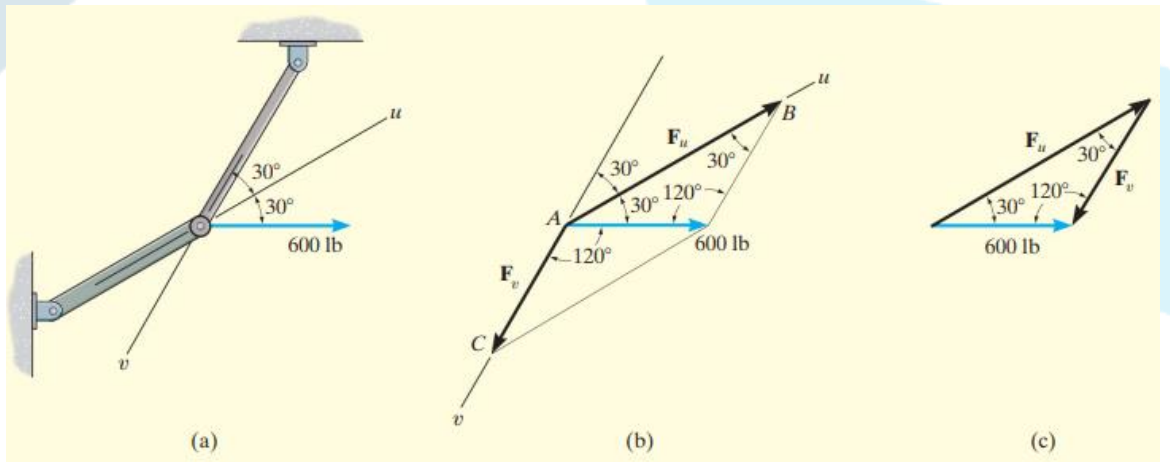
$$\sin\theta = \frac{150}{212.6} (\sin 115^\circ)$$

$$\theta = 39.8^\circ$$

إذاً منجى المحصلة \emptyset :

$$\emptyset = 39.8 + 15 = 54.8^\circ$$

مسألة 2: المطلوب تحليل القوة 600 lb إلى مركبتين تؤثران وفق المنحيين u و v، واحسب قيمة هاتين المركبتين.



الحل : نرسم من نهاية القوة مستقيمين الأول يوازي المنحى u يتقاطع عند C ، والثاني يوازي المنحى v يتقاطع عند النقطة B .

نشكل مثلث القوى من متوازي الأضلاع، ونطبق قانون الجيب على مثلث القوى :

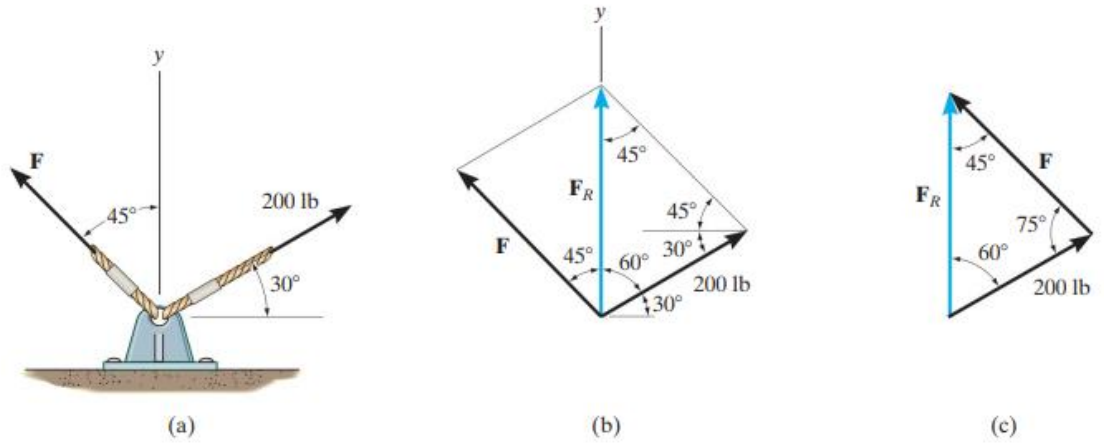
$$\frac{F_U}{\sin 120} = \frac{600}{\sin 30}$$

$$F_U = 1039 \text{ lb}$$

$$\frac{F_v}{\sin 30} = \frac{600}{\sin 30}$$

$$= 600 \text{ lb} = F_v$$

مسألة 3 : احسب مركبة القوة F وقيمة المحصلة F_R ، إذا كانت F_R متجهه على استقامة الاتجاه الموجب للمحور y .



الحل : بتشكيل متوازي الأضلاع واستخراج مثلث القوى منه وتطبيق قانون الجيب على المثلث يكون لدينا :

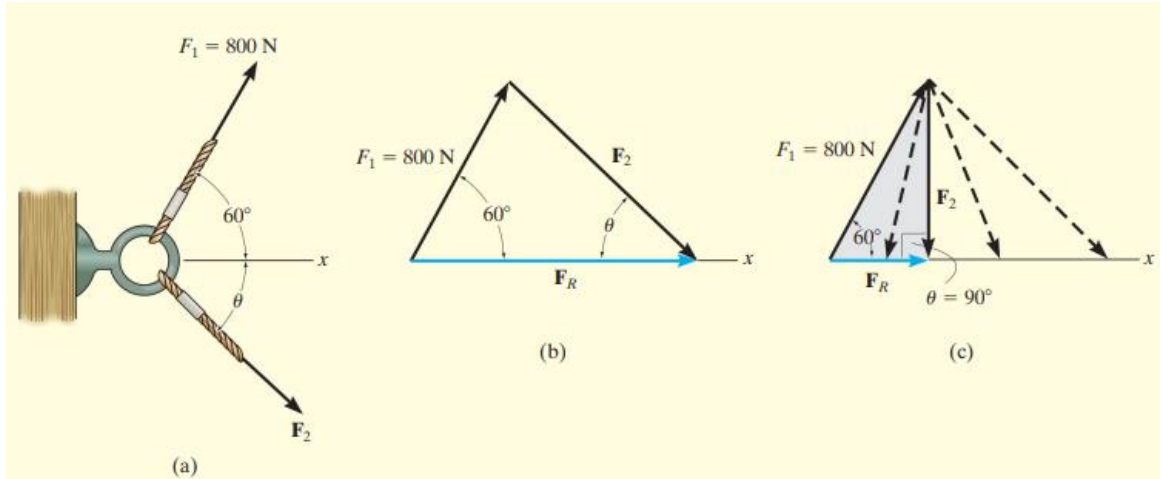
$$\frac{F}{\sin 60} = \frac{200}{\sin 45}$$

$$F = 245 \text{ lb}$$

$$\frac{F_R}{\sin 75} = \frac{200}{\sin 45}$$

$$F_R = 273 \text{ lb}$$

مسألة 4: يراد أن يكون منحنى محصلة القوتين المؤثرتين على لولب الربط متجهاً وفق الاتجاه الموجب للمحور x ، بحيث أن تمتلك القوة F_2 قيمة أصغرية . احسب هذه القيمة ، والزاوية θ ومحصلة القوتين الموافقة .



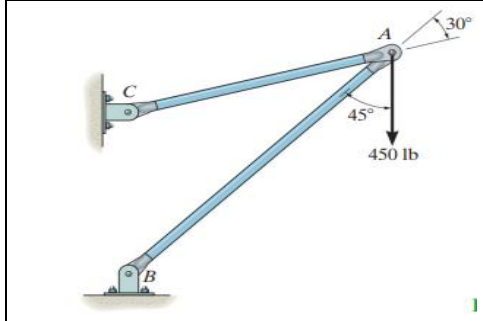
الحل: من مثلث القوى (الشكل b) لدينا $F_R = F_1 + F_2$ ، حيث تكون قيمة كل من F_2 و F_R غير محددة ، إذن يمكن تمثيل القوة F_2 وفق أي شعاع بحيث يلامس الرأس خط تأثير المحصلة F_R ، (الشكل c). تكون قيمة F_2 أصغرية (الطول الأصغري) عندما يكون خط تأثيرها متعامداً مع خط تأثير المحصلة F_R ، وهذا يحصل عندما تكون الزاوية $\theta = 90^\circ$.

إذن من المثلث المظلل ينتج لدينا :

$$F_R = (800N)\cos 60 = 400N$$

$$F_2 = (800N)\sin 60 = 693N$$

مسألة 5: قوة مقدارها $F = 450\text{lb}$ ، المطلوب تحليل القوة إلى مركبتين تؤثران على استقامة العنصرين AB, AC ، واحسب قيمة هاتين المركبتين .



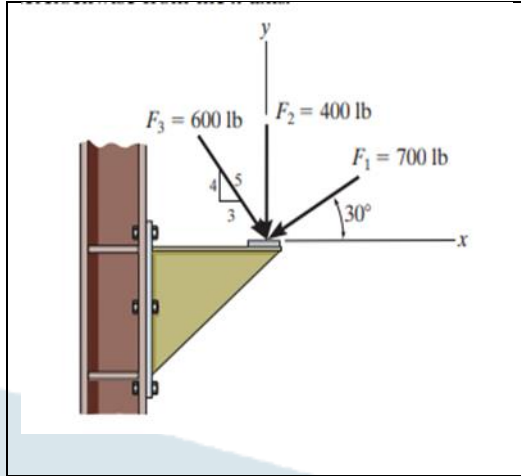
$$\frac{F_{AB}}{\sin 105^\circ} = \frac{450}{\sin 30^\circ}$$

$$F_{AB} = 869 \text{ lb}$$

$$\frac{F_{AC}}{\sin 45^\circ} = \frac{450}{\sin 30^\circ}$$

$$F_{AC} = 636 \text{ lb}$$

مسألة 6: احسب قيمة المحصلة والمنحى θ مقاسة باتجاه عكس عقارب من المحور X.



$$\rightarrow (F_R)_x = \Sigma F_x;$$

$$(F_R)_x = -(700 \text{ lb}) \cos 30^\circ + 0 + \left(\frac{3}{5}\right) (600 \text{ lb})$$

$$= -246.22 \text{ lb}$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y;$$

$$(F_R)_y = -(700 \text{ lb}) \sin 30^\circ - 400 \text{ lb} - \left(\frac{4}{5}\right) (600 \text{ lb})$$

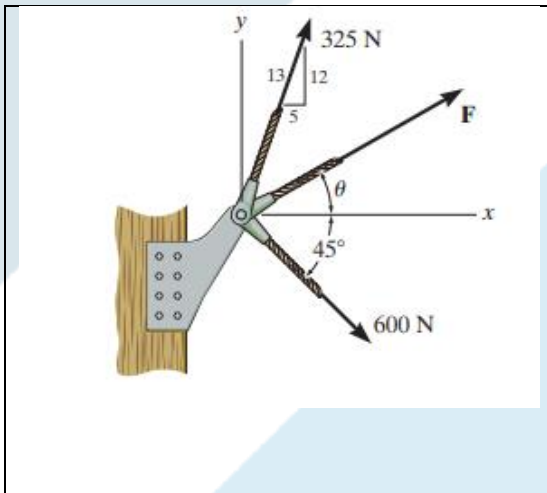
$$= -1230 \text{ lb}$$

$$F_R = \sqrt{(246.22 \text{ lb})^2 + (1230 \text{ lb})^2} = 1254 \text{ lb}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{1230 \text{ lb}}{246.22 \text{ lb}}\right) = 78.68^\circ$$

$$\theta = 180^\circ + \phi = 180^\circ + 78.68^\circ = 259^\circ$$

مسألة 7: إذا كانت قيمة محصلة القوى المؤثرة 750 N، ومتجهه على استقامة الاتجاه الموجب للمحور X احسب قيمة القوة F والمنحى θ .



$$\rightarrow (F_R)_x = \Sigma F_x;$$

$$750 \text{ N} = F \cos \theta + \left(\frac{5}{13}\right)(325 \text{ N}) + (600 \text{ N}) \cos 45^\circ$$

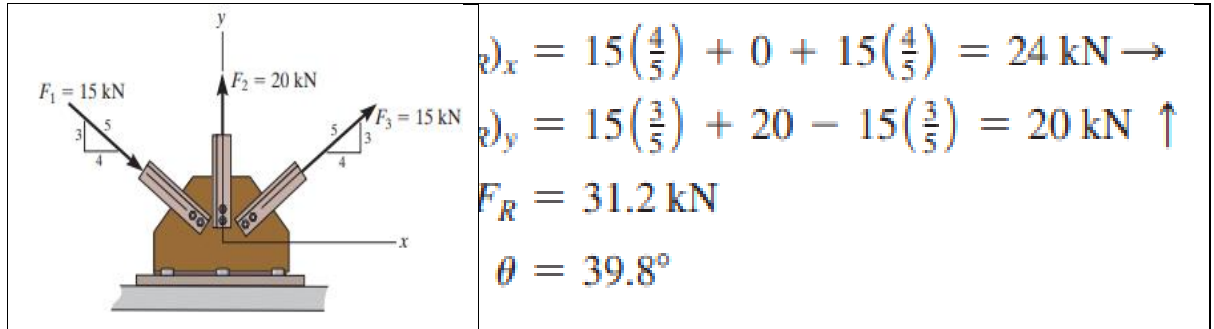
$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y;$$

$$0 = F \sin \theta + \left(\frac{12}{13}\right)(325 \text{ N}) - (600 \text{ N}) \sin 45^\circ$$

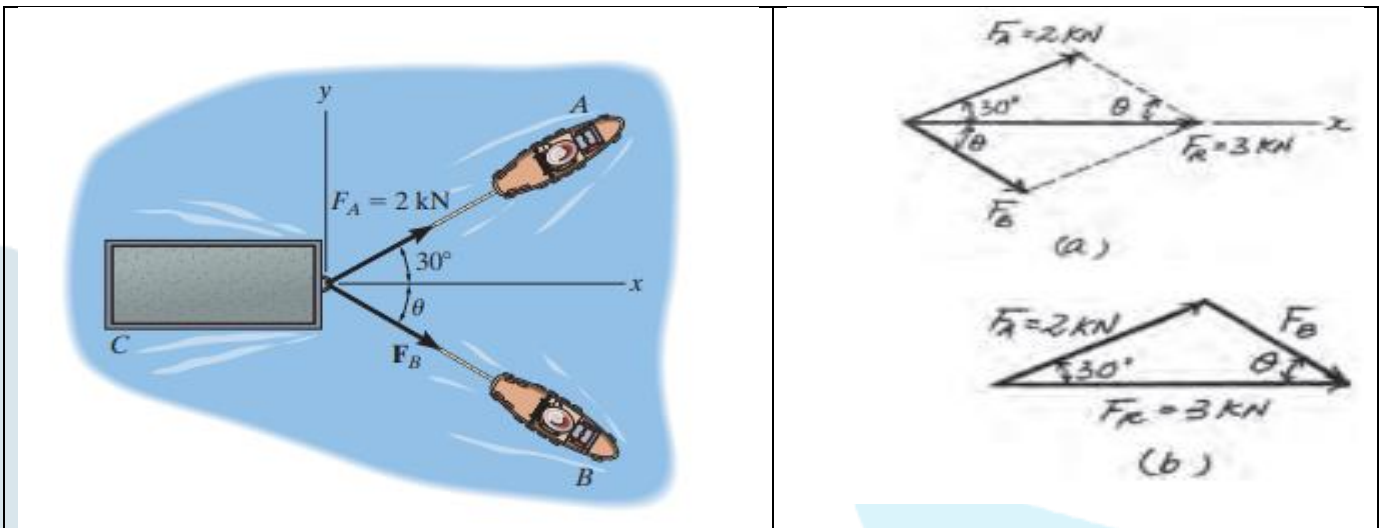
$$\tan \theta = 0.6190 \quad \theta = 31.76^\circ = 31.8^\circ \quad \text{Ans.}$$

$$F = 236 \text{ N} \quad \text{Ans.}$$

مسألة 8: احسب قيمة المحصلة والمنحى θ مقاسة عكس عقارب الساعة من الاتجاه الموجب للمحور X.



مسألة 9: إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على القاربين 3KN، ومتجهه على استقامة الاتجاه الموجب للمحور x، احسب القوة اللازمة FB، والمنحى θ



SOLUTION The parallelogram law of addition and the triangular rule are shown in Figs. a and b, respectively.

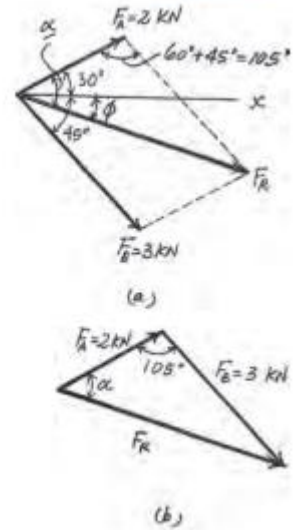
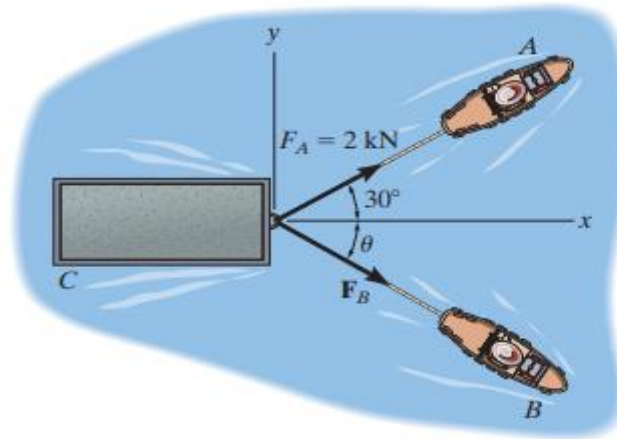
Applying the law of cosines to Fig. b

$$F_B = \sqrt{2^2 + 3^2 - 2(2)(3)\cos 30} = 1.615 \text{ KN}$$

Using this result and applying the law of sine to Fig. b, yields

$$\frac{\sin\theta}{2} = \frac{\sin 30}{1.615}, \theta = 38.3^\circ$$

مسألة 10: إذا كانت قيمة القوة $F_B = 3\text{KN}$ والزاوية $\theta = 45^\circ$ ، احسب قيمة محصلة القوى للقاربين، ومنحائها مقاسا من الاتجاه الموجب للمحور X.



SOLUTION The parallelogram law of addition and the triangular rule are shown in Figs. a and b, respectively. Applying the law of cosines to Fig. b

$$F_R = \sqrt{2^2 + 3^2 - 2(2)(3)\cos 105} = 4.01 \text{ KN}$$

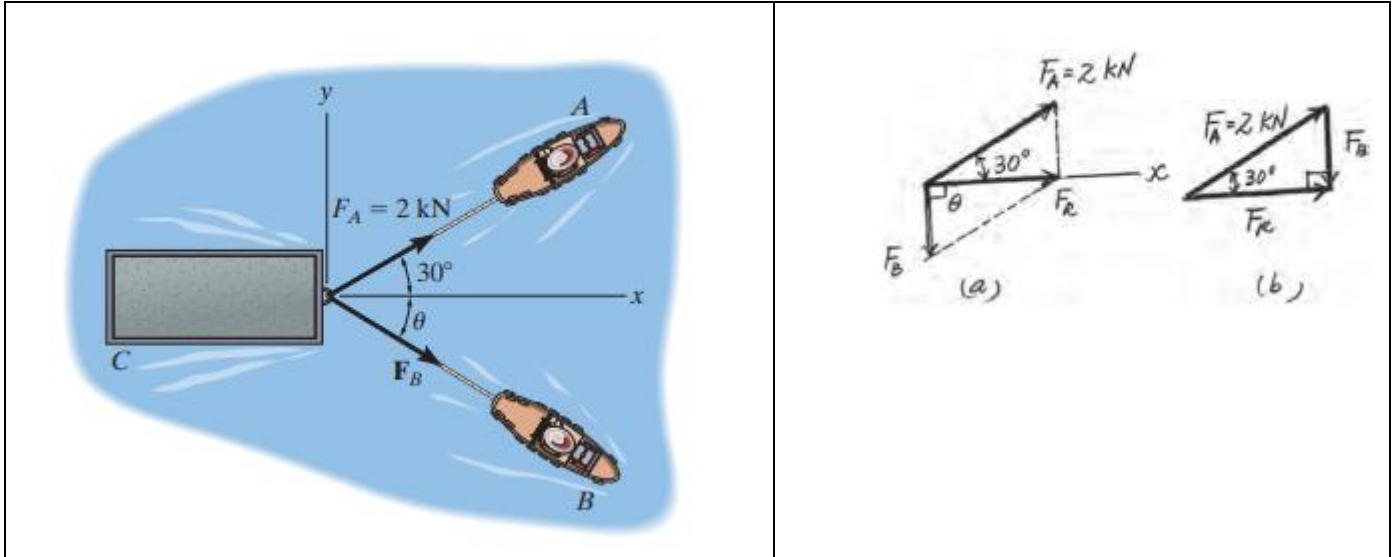
Using this result and applying the law of sine to Fig. b, yields

$$\frac{\sin \alpha}{3} = \frac{\sin 105}{4.01}, \alpha = 46.22^\circ$$

Thus, the direction angle of F_R , measured clockwise from the positive axis, is:

$$\theta = \alpha - 46.22 = 16.2^\circ$$

مسألة 11: إذا كانت محصلة القوى تتطلب أن تكون متجهة وفق الاتجاه الموجب للمحور x، والقوة F_B أن تكون أصغرية. احسب قيمة المحصلة F_R والقوة F_B والزاوية θ .



$\theta = 90^\circ$, **SOLUTION:** For F_B to be minimum, it has to be directed perpendicular to F_R . Thus

Ans.

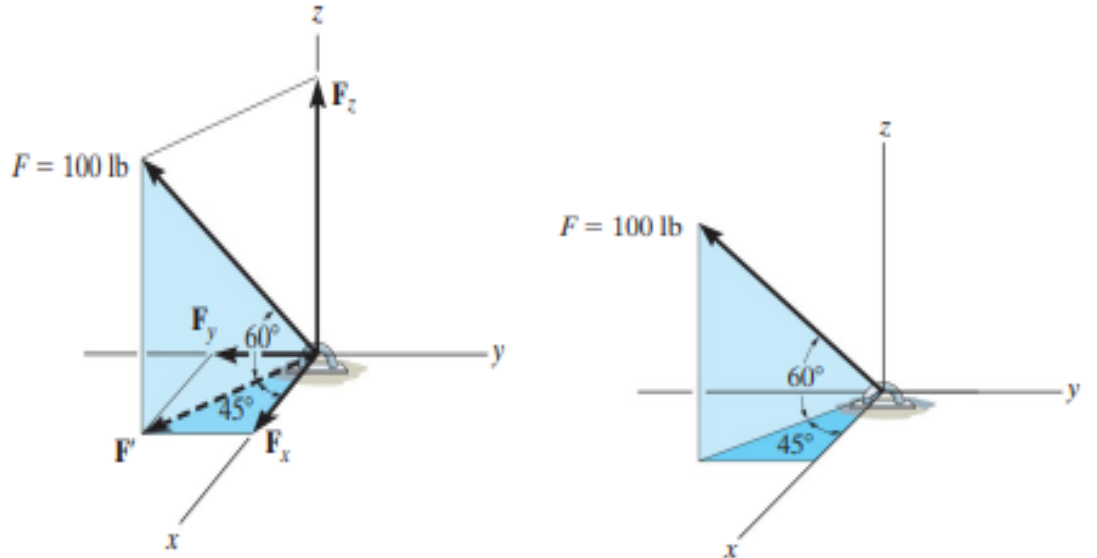
The parallelogram law of addition and triangular rule are shown in Figs. a and b, respectively.

By applying simple trigonometry to Fig. b

$$F_B = (2)\sin 30 = 1\text{KN}$$

$$F_R = (2)\cos 30 = 1,73\text{KN}$$

مسألة 12: اكتب القوة F وفق الشعاع الديكارتي وأوجد الطويلة وزوايا الاتجاه.



الحل: الزاويتين 60 و 45 ليستا زوايا المنحى . نطبق قاعدة متوازي الأضلاع مرتين ، حيث توجد حاجة

لتحليل القوة F إلى مركبات وفق المحاور X,Y,Z، أولا نحلل $F = F' + F_Z$ ،

وبعدها $F' = F_X + F_Y$

$$= 100 \sin 60 = 86.6 \text{ lb } F_Z$$

$$F' = 100 \cos 60 = 50 \text{ lb}$$

$$F_X = F' \cos 45 = 50 \cos 45 = 35.4 \text{ lb}$$

$$F_Y = F' \sin 45 = 50 \sin 45 = 35.4 \text{ lb}$$

مع ملاحظة أن منحى القوة F_Y هو عكس الاتجاه الموجب للمحور y

$$F = \{35.4i - 35.4j + 86.6k\} \text{ lb}$$

من أجل حساب طول الشعاع F يجب أن تساوي 100 lb

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$= \sqrt{(35.4)^2 + (35.4)^2 + (86.6)^2} = 100 \text{ lb}$$

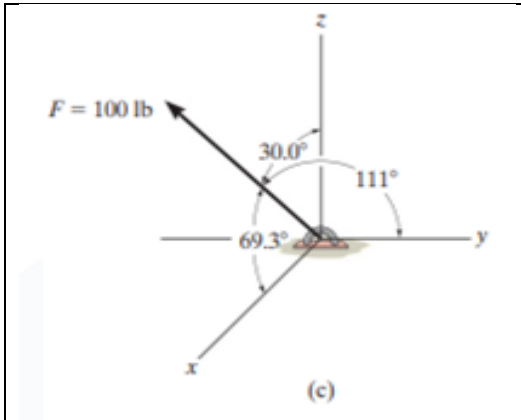
من أجل حساب زوايا المنحى للقوة F يمكن تعريفها عن طريق الأشعة الواحدة المؤثرة باتجاه القوة:

$$U = \frac{F}{F} = \frac{F_x}{F} i + \frac{F_y}{F} j + \frac{F_z}{F} k$$

$$= \frac{35.4}{F}i - \frac{35.4}{F}j + \frac{86.6}{F}k$$

$$= 0.354i - 0.354j + 0.866k$$

ينتج لدينا الزوايا :

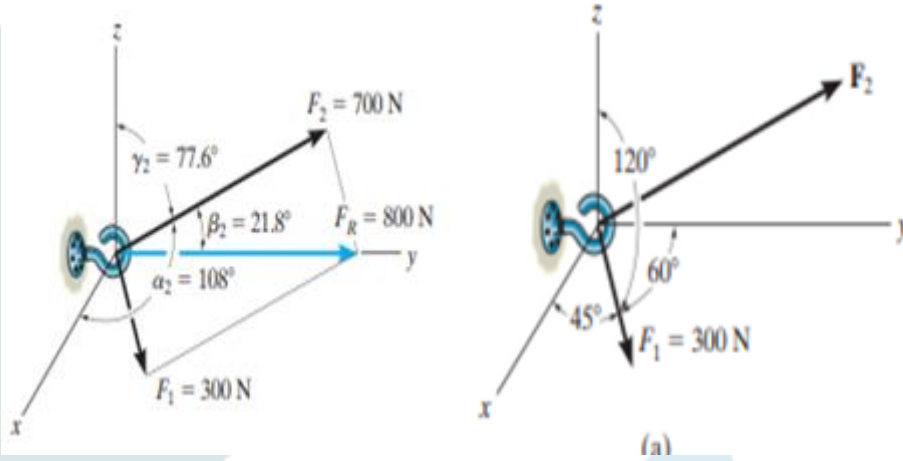


$$\alpha = \cos^{-1}(0.354) = 69.3^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}(-0.354) = 111^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}(0.866) = 30^\circ$$

مسألة 13: قوتان F_1 ، F_2 تؤثران على الحلقة . احسب طولية F_2 وزوايا الاتجاه من أجل أن تكون طولية المحصلة F_R تساوي 800 نيوتن ، ومتجهة على امتداد الاتجاه الموجب للمحور y .



الحل :

من أجل الحل يجب كتابة المحصلة وفق مركباتها F_1 و F_2 وفق الشكل الديكارتي ، أي أن :

$$F_R = F_1 + F_2$$

باستخدام المعادلة :

$$F_1 = F_1 \cdot \cos\alpha_1 i + F_1 \cdot \cos\beta_1 j + F_1 \cdot \cos\gamma_1 k$$

$$= 300\cos45i + 300\cos60j + 300\cos120k$$

$$F_1 = \{212.1i + 150j - 150k\}N$$

$$F_2 = F_{2x} \cdot i + F_{2y} \cdot j + F_{2z} \cdot k$$

حيث أن طولية المحصلة = 800 N في الاتجاه الموجب للمحور Y نكتب :

$$F_R = (800N)(+j) = \{800j\}N$$

نكتب :

$$F_R = F_1 + F_2$$

$$800j = \{212.1i + 150j - 150k + F_{2x} \cdot i + F_{2y} \cdot j + F_{2z} \cdot k\}$$

$$800j = (212.1 + F_{2x})i + (150 + F_{2y})j - (150 + F_{2z})k$$

عن طريق مساواة مركبات الأشعة الواحدة في طرفي المعادلة ينتج :

$$, F_{2x} = -212.1N = 212.1 + F_{2x}$$

$$, F_{2y} = 650N - 800 = 150 + F_{2y}$$

$$, F_{2z} = 150N = -150 + F_{2z}$$

ينتج طولية القوة F2:

$$= 700N \quad F_2 = \sqrt{(-212N)^2 + (650N)^2 + (150N)^2}$$

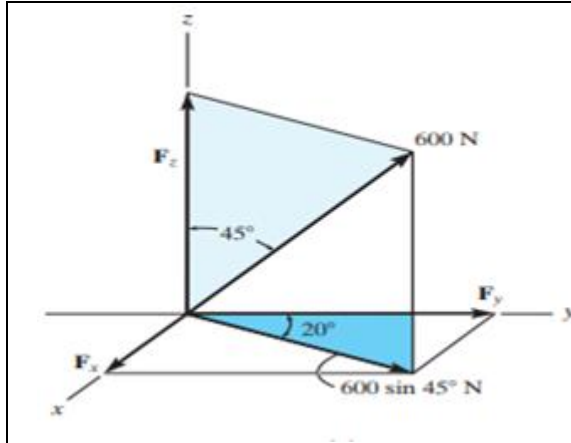
$$\cos \alpha_2 = \frac{-212.1}{700}, \alpha_2 = 108^\circ$$

$$\cos \beta_2 = \frac{650}{700}, \beta_2 = 21.8^\circ$$

$$\cos \gamma_2 = \frac{150}{700}, \gamma_2 = 77.6^\circ$$

مسألة 14: حلل كل قوة إلى مركبات وفق المحاور X, Y, Z واحسب طولية كل مركبة.

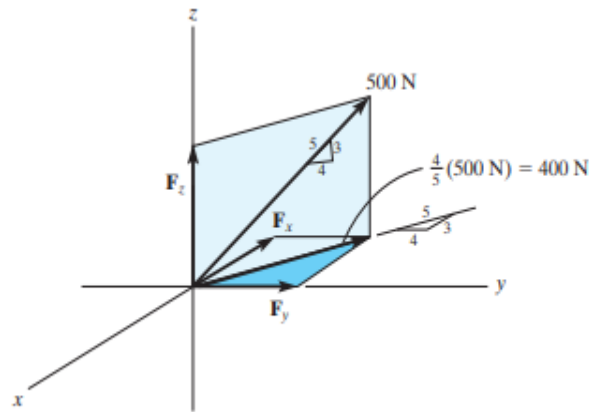
الحل: (a)



$$F_x = (600 \sin 45^\circ) \sin 20^\circ \text{ N}$$

$$F_y = (600 \sin 45^\circ) \cos 20^\circ \text{ N}$$

$$F_z = 600 \cos 45^\circ \text{ N}$$



(b)

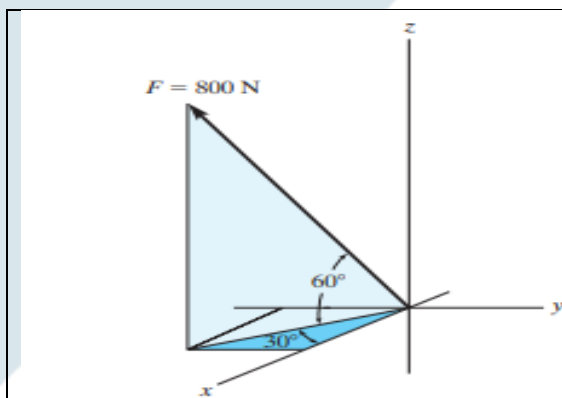
b

$$F_x = -\frac{3}{5}(400) \text{ N}$$

$$F_y = \frac{4}{5}(400) \text{ N}$$

$$F_z = \frac{3}{5}(500) \text{ N}$$

(C)



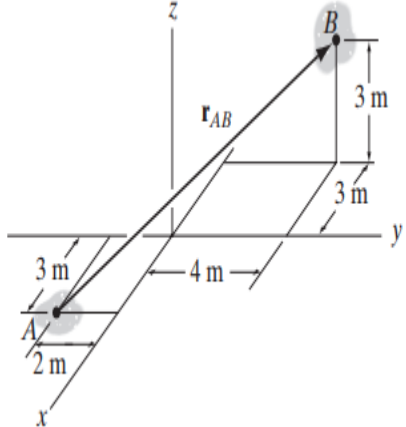
(c)

$$F_x = 800 \cos 60^\circ \cos 30^\circ \text{ N}$$

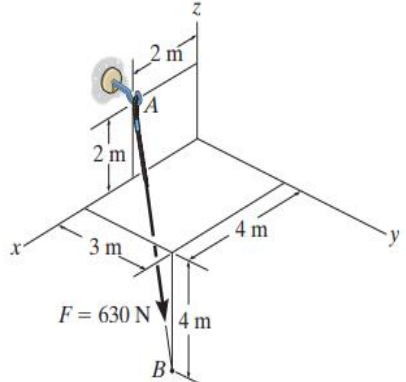
$$F_y = -800 \cos 60^\circ \sin 30^\circ \text{ N}$$

$$F_z = 800 \sin 60^\circ \text{ N}$$

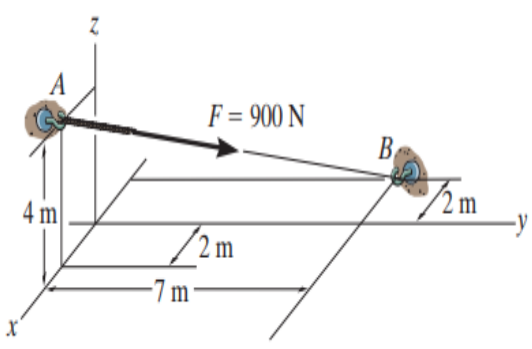
مسألة 15: اكتب الشعاع r_{AB} وفق الشكل الديكارتي واحسب طول الشعاع وزوايا المنحى .

	$\mathbf{r}_{AB} = \{-6\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 3\mathbf{k}\} \text{ m}$ $r_{AB} = \sqrt{(-6 \text{ m})^2 + (6 \text{ m})^2 + (3 \text{ m})^2} = 9 \text{ m}$ $\alpha = 132^\circ, \beta = 48.2^\circ, \gamma = 70.5^\circ$
---	---

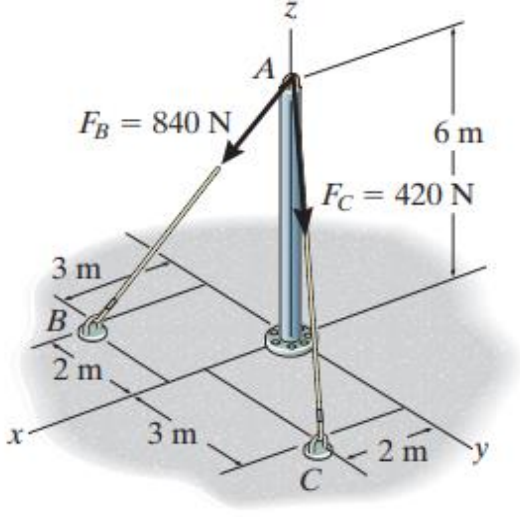
مسألة 16 : اكتب القوة F وفق الشكل الديكارتي .

	$\mathbf{r}_{AB} = \{2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 6\mathbf{k}\} \text{ m}$ $\mathbf{F}_{AB} = F_{AB}\mathbf{u}_{AB}$ $= (630 \text{ N})\left(\frac{2}{7}\mathbf{i} + \frac{3}{7}\mathbf{j} - \frac{6}{7}\mathbf{k}\right)$ $= \{180\mathbf{i} + 270\mathbf{j} - 540\mathbf{k}\} \text{ N}$
--	---

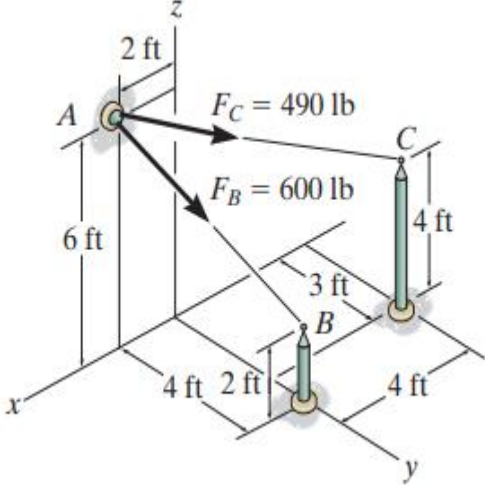
مسألة 17 : اكتب القوة F وفق الشكل الديكارتي .

	$\mathbf{F} = F\mathbf{u}_{AB} = 900\text{N}\left(-\frac{4}{9}\mathbf{i} + \frac{7}{9}\mathbf{j} - \frac{4}{9}\mathbf{k}\right)$ $= \{-400\mathbf{i} + 700\mathbf{j} - 400\mathbf{k}\} \text{ N}$
---	---

مسألة 18 : احسب طولية محصلة القوى عند النقطة A.

	$\mathbf{F}_B = F_B \mathbf{u}_B$ $= (840 \text{ N}) \left(\frac{3}{7} \mathbf{i} - \frac{2}{7} \mathbf{j} - \frac{6}{7} \mathbf{k} \right)$ $= \{ 360 \mathbf{i} - 240 \mathbf{j} - 720 \mathbf{k} \} \text{ N}$ $\mathbf{F}_C = F_C \mathbf{u}_C$ $= (420 \text{ N}) \left(\frac{2}{7} \mathbf{i} + \frac{3}{7} \mathbf{j} - \frac{6}{7} \mathbf{k} \right)$ $= \{ 120 \mathbf{i} + 180 \mathbf{j} - 360 \mathbf{k} \} \text{ N}$ $F_R = \sqrt{(480 \text{ N})^2 + (-60 \text{ N})^2 + (-1080 \text{ N})^2}$ $= 1.18 \text{ kN}$
---	--

مسألة 19: احسب طويلة محصلة القوى عند النقطة A.

	$\mathbf{F}_B = F_B \mathbf{u}_B$ $= (600 \text{ lb}) \left(-\frac{1}{3} \mathbf{i} + \frac{2}{3} \mathbf{j} - \frac{2}{3} \mathbf{k} \right)$ $= \{ -200 \mathbf{i} + 400 \mathbf{j} - 400 \mathbf{k} \} \text{ lb}$ $\mathbf{F}_C = F_C \mathbf{u}_C$ $= (490 \text{ lb}) \left(-\frac{6}{7} \mathbf{i} + \frac{3}{7} \mathbf{j} - \frac{2}{7} \mathbf{k} \right)$ $= \{ -420 \mathbf{i} + 210 \mathbf{j} - 140 \mathbf{k} \} \text{ lb}$ $\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C = \{ -620 \mathbf{i} + 610 \mathbf{j} - 540 \mathbf{k} \} \text{ lb}$
---	---