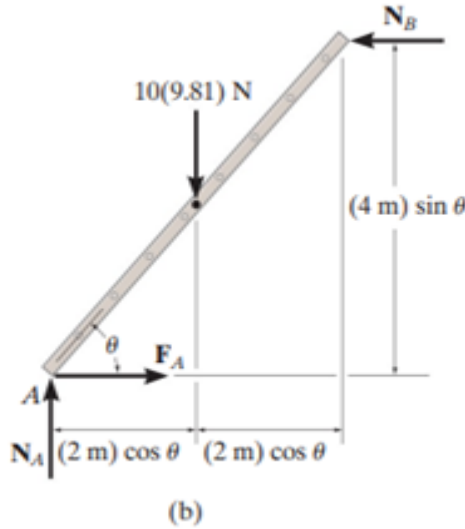


الجلسة الثامنة – الاحتكاك

د. نزار عبد الرحمن

مسألة (1): سلم متجانس كتلته 10 Kg يستند على حائط أملس عند B، وعلى الأرض عند A حيث معامل الاحتكاك السكوني $\mu_s = 0.3$. احسب زاوية الميل θ للسلم ورد الفعل العمودي عند النقطة B إذا كان السلم على وشك الانزلاق.



الحل : كما هو موضح في مخطط الجسم الحر ، تؤثر قوة الاحتكاك عند A باتجاه اليمين من أجل من حركة السلم باتجاه اليسار .

معادلات التوازن والاحتكاك :

بما أن السلم على وشك الانزلاق

$$F_A = \mu_s \cdot N_A$$

$$\sum F_y = 0, N_A - 10(9.81) = 0, N_A = 98.1N$$

نستخدم هذه النتيجة لحساب القوة F_A :

$$F_A = 0.3(98.1) = 29.43N$$

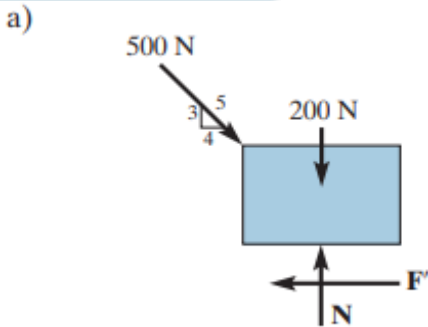
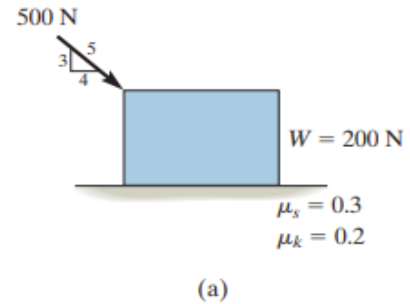
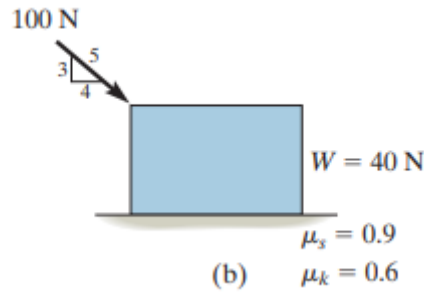
$$\sum F_x = 0, F_A - N_B = 0, N_B = 29.4N$$

أخيرا يمكن حساب الزاوية θ عن طريق كتابة معادلة العزوم حول النقطة A:

$$\sum M_A = 0, 29.43(4\sin\theta) - 10(9.81)(2\cos\theta) = 0$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = 1.666, \theta = 59$$

مسألة (2): احسب قوى الاحتكاك بين الصندوق والأرض



$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0;$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)(500 \text{ N}) - F' = 0, F' = 400 \text{ N}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0;$$

$$N - 200 \text{ N} - \left(\frac{3}{5}\right)(500 \text{ N}) = 0, N = 500 \text{ N}$$

$$F_{\max} = 0.3(500 \text{ N}) = 150 \text{ N} < 400 \text{ N}$$

$$\text{Slipping } F = \mu_k N = 0.2(500 \text{ N}) = 100 \text{ N} \quad \text{Ans.}$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0;$$

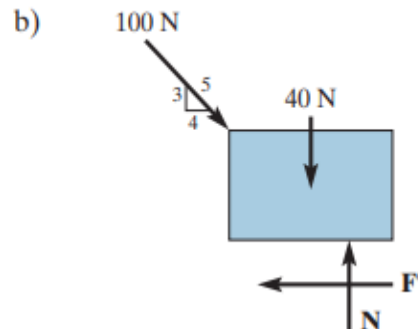
$$\frac{4}{5}(100 \text{ N}) - F' = 0; F' = 80 \text{ N}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0;$$

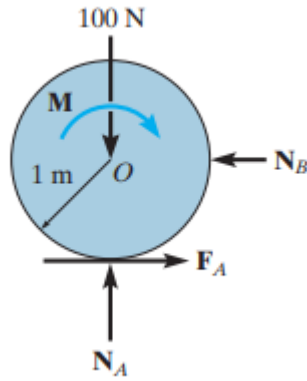
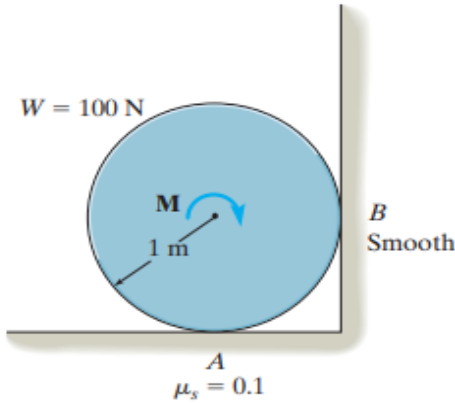
$$N - 40 \text{ N} - \left(\frac{3}{5}\right)(100 \text{ N}) = 0; N = 100 \text{ N}$$

$$F_{\max} = 0.9(100 \text{ N}) = 90 \text{ N} > 80 \text{ N}$$

$$F = F' = 80 \text{ N}$$

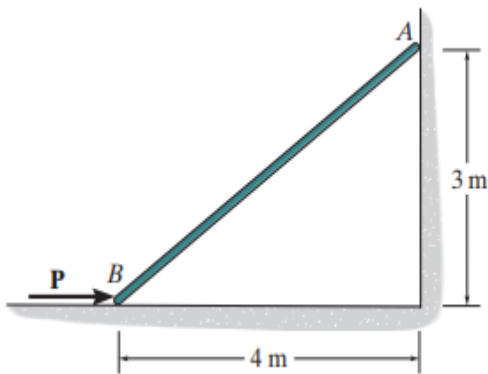


مسألة (3): احسب العزم M اللازم لمنع تحرك الاسطوانة .



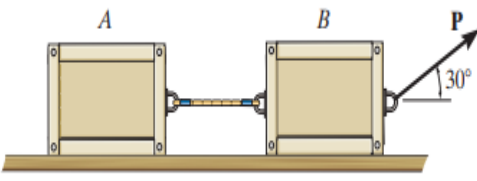
$$\begin{aligned} \text{Require} \quad & F_A = 0.1 N_A \\ +\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad & N_A - 100 \text{ N} = 0 \\ & N_A = 100 \text{ N} \\ & F_A = 0.1(100 \text{ N}) = 10 \text{ N} \\ \zeta + \Sigma M_O = 0; \quad & -M + (10 \text{ N})(1 \text{ m}) = 0 \\ & M = 10 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

مسألة (4): احسب القوة الأصغرية P لمنع عارضة بوزن 30 Kg من الانزلاق . الاحتكاك عند النقطة B أملس ، ومعامل الاحتكاك السكوني بين الأرض والحائط $\mu_s = 0.2$.



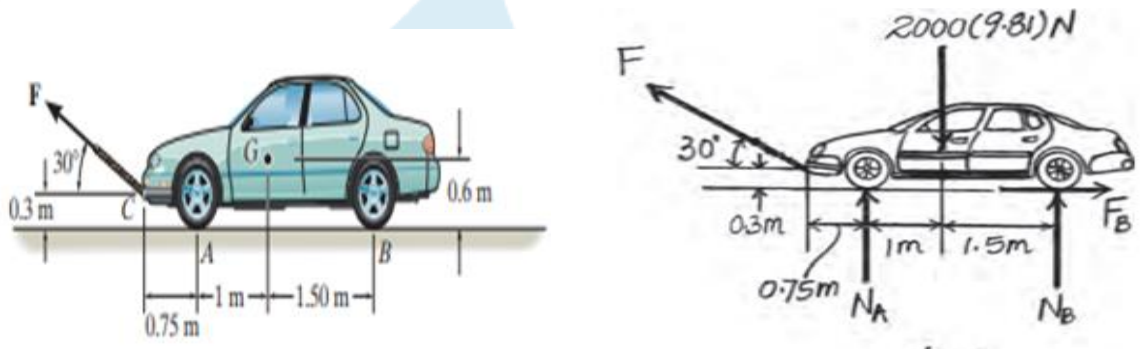
$$\begin{aligned} \zeta + \Sigma M_B = 0; \\ N_A(3) + 0.2N_A(4) - 30(9.81)(2) = 0 \\ N_A = 154.89 \text{ N} \\ \rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad P - 154.89 = 0 \\ P = 154.89 \text{ N} = 155 \text{ N} \end{aligned}$$

مسألة (5): احسب القوة الأعظمية P التي يمكن تطبيقها دون أن تتسبب بتحريك صندوقين كتلتهما 50-Kg. معامل الاحتكاك السكوني بين كل من الصندوقين والأرض $\mu_s=0.25$.

	<p>Crate A</p> $+\uparrow \Sigma F_y = 0; N_A - 50(9.81) = 0$ $N_A = 490.5 \text{ N}$ $\rightarrow \Sigma F_x = 0; T - 0.25(490.5) = 0$ $T = 122.62 \text{ N}$ <p>Crate B</p> $+\uparrow \Sigma F_y = 0; N_B + P \sin 30^\circ - 50(9.81) = 0$ $N_B = 490.5 - 0.5P$ $\rightarrow \Sigma F_x = 0;$ $P \cos 30^\circ - 0.25(490.5 - 0.5P) - 122.62 = 0$ $P = 247 \text{ N}$
---	---

مسألة (6): عربة ذات كتلة 2000Kg ، مركز كتلتها عند G. احسب قوة الجر F اللازمة لتحريك العربة ، إذا كانت العجلات الخلفية في حالة فرملة والعجلات الأمامية حرة الحركة. معامل الاحتكاك $\mu_s = 0.3$.

الحل : نكتب معادلات التوازن السكوني ومعادلة التوازن الاحتكاكي للعربة باعتبار العجلات الخلفية على وشك الانزلاق.



معادلات التوازن بالنسبة لمخطط الجسم الحر:

$$\sum F_x = 0, F_B - F \cos 30 = 0, (1)$$

$$\sum F_y = 0, N_A + N_B + F \sin 30 - 2000(9.81) = 0, (2)$$

$$\sum M_A = 0, F \cos 30(0.3) - F \sin 30(0.75) + N_B(2.5) - 2000(9.81)(1) = 0, (3)$$

الاحتكاك: العجلات الخلفية على وشك الانزلاق.

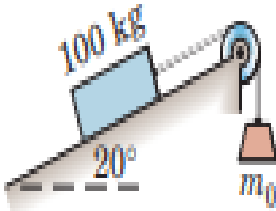
$$F_B = \mu_s \cdot N_B = 0.3 N_B, (4)$$

بحل المعادلات من (1) إلى (4):

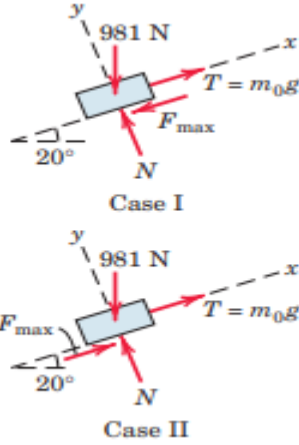
$$F = 2762.7N, N_B = 7975.3N$$

$$N_A = 10263.3N, F_B = 2392.5N$$

مسألة (7): أوجد مجال القيم للكتلة m_0 بحيث أن الصندوق ذو الكتلة 100 Kg لا ينزل إلى الأسفل ولا يصعد إلى الأعلى. معامل الاحتكاك السكوني بين الصندوق والمستوي المائل $\mu = 0.3$.



الحالة الأولى: القيمة العظمى للكتلة يجب أن تمنع الصندوق من الحركة نحو الأعلى، وبالتالي يكون اتجاه قوة الاحتكاك نحو الأسفل.



$$[\Sigma F_y = 0] \quad N - 981 \cos 20^\circ = 0 \quad N = 922 \text{ N}$$

$$[F_{\max} = \mu_s N] \quad F_{\max} = 0.30(922) = 277 \text{ N}$$

$$[\Sigma F_x = 0] \quad m_0(9.81) - 277 - 981 \sin 20^\circ = 0 \quad m_0 = 62.4 \text{ kg} \quad \text{Ans.}$$

الحالة الثانية: القيمة الصغرى للكتلة تمنع الصندوق من الحركة نحو الأسفل ، ويكون اتجاه قوة الاحتكاك نحو الأعلى وفق مخطط الجسم الحر .

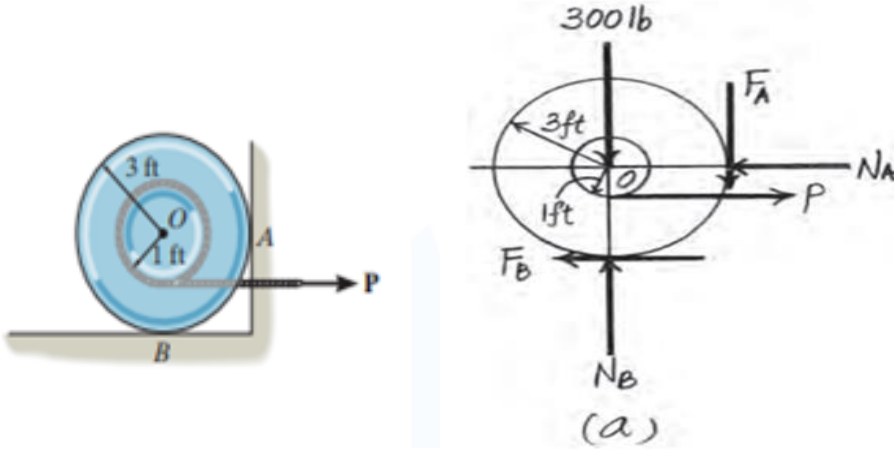
$$[\Sigma F_x = 0] \quad m_0(9.81) + 277 - 981 \sin 20^\circ = 0 \quad m_0 = 6.01 \text{ kg}$$

تتراوح قيم الكتلة m_0 بين 6.01 Kg و 62.4 Kg من أجل أن يبقى الصندوق في وضعية السكون.

مسألة (8): بكرة أسلاك ذات وزن 300 lb تستند على الأرض عند B وعلى الحائط عند A.

احسب القوة اللازمة لبداية تحرك البكرة ، إذا كان معامل الاحتكاك السكوني

بين البكرة وكافة نقاط الاستناد = 0.25 .



معادلات التوازن :

$$\sum F_x = 0, P - N_A - F_B = 0, (1)$$

$$\sum F_y = 0, N_B - F_A - 300 = 0, (2)$$

$$\sum M_O = 0, P(1) - F_B(3) - F_A(3) = 0, (3)$$

معادلات الاحتكاك : يحدث الانزلاق عند A و B:

$$F_A = \mu \cdot N_A = 0.25 N_A, (4)$$

$$F_B = \mu \cdot N_B = 0.25 N_B, (5)$$

عن طريق حل المعادلات من 1 إلى 4:

$$P = 1350 \text{ lb}$$

$$N_A = 1200 \text{ lb}, N_B = 600 \text{ lb}, F_A = 300 \text{ lb}, F_B = 150 \text{ lb}$$