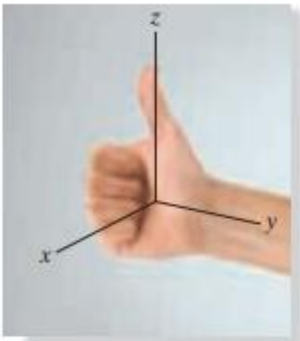
المحاضرة الثانية – ميكانيك النقطة المادية – د. نزارعبد الرحمن

الأشعة الديكارتية

يستخدم التمثيل الديكارتي للأشعة من أجل حل المسائل في الفراغ ثلاثي الأبعاد .

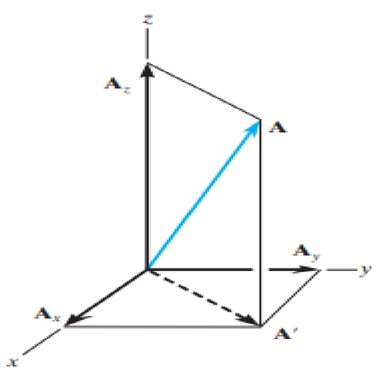
قاعدة اليد اليمنى : يشير أصبع الإبهام إلى الاتجاه الموجب للمحور Z، وتدور أصابع اليد اليمنى حول المحور Z من الاتجاه الموجب للمحور Xإلى الاتجاه الموجب للمحور Y.



المركبات النظامية للشعاع :

يرمز للشعاع بشعاع فوق القوة ،أو بخط ،أو بحرف عريض .

يمكن للشعاع Aأن يمتلك مركّبة واحدة ، أو اثنتين ،أو ثلاث مركبات نظامية وفق الاتجاهات X,Y,Z.يمكننا تحليل الشعاع A وفق عمليتين متتاليتين لمتوازي الأضلاع :



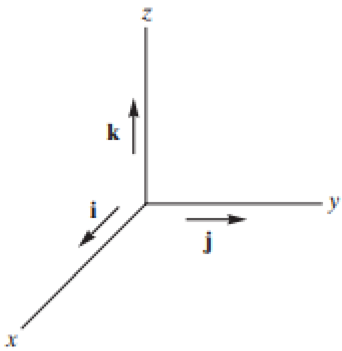
أولا : يمكننا تحليل الشعاع A وفق مايلي :

$$A = \grave{A} + A_Z$$
$$\grave{A} = A_x + A_y$$

أي أننا نستطيع كتابة الشعاع A وفق ثلاث مركبات نظامية :

$$A = A_x + A_y + A_z$$

الأشعة الواحدية :تستخدم الأشعة I ,J,K لتحديد اتجاه المحاور X,Y,Z

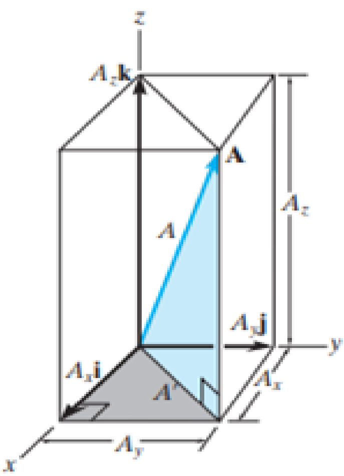


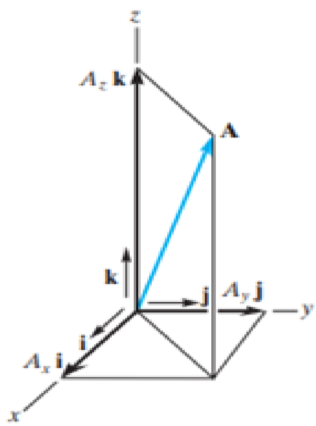
تمثيل الشعاع الديكارتي : يمكننا كتابة الشعاع Aكشعاع ديكارتي وفق الصيغة التالية :

$$A = A_x\, i + A_y j + A_z k$$

طويلة الشعاع الديكارتي :

$$A = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2}$$

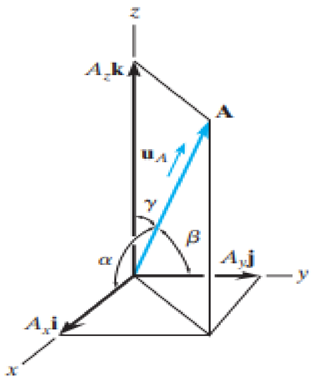




زوايا المنحى للشعاع الديكارتي :

نحدد مسقط الشعاع Aعلى محاور الاحداثيات X,Y,Z

لدينا الزوايا التالية مع المحاورالتي تسمى " تجيبات المنحى " :



$$COS\alpha = \frac{A_x}{A} \quad , COS\beta = \frac{A_y}{A} , COS\gamma = \frac{A_z}{A}$$

يمكننا الحصول على زوايا المنحى عن طريق كتابة شعاع الواحدة

$$\boldsymbol{U_A} = \frac{\boldsymbol{A}}{A} = \frac{A_x}{A} .\boldsymbol{i} + \frac{A_y}{A}\boldsymbol{j} + \frac{A_z}{A}\ \boldsymbol{k}$$

$$A = \sqrt{A_x{}^2 + A_y{}^2 + A_z{}^2}$$

$$\boldsymbol{U_A} = COS\alpha\ .\boldsymbol{i} + COS\beta .\boldsymbol{j} + COS\gamma .\boldsymbol{k}$$

$$COS^2\alpha + COS^2\beta + COS^2\gamma = 1$$

الخلاصة :إذا كانت معطاة قيمة و اتجاه الزوايا للشعاع A ، يمكننا كتابة الشعاع وفق الاحداثيات الديكارتية :

$$\boldsymbol{A} = A.\boldsymbol{U_A}$$

$$\boldsymbol{A} = A.COS\alpha\ .\boldsymbol{i} + A.COS\beta .\boldsymbol{j} + A.COS\gamma .\boldsymbol{k}$$

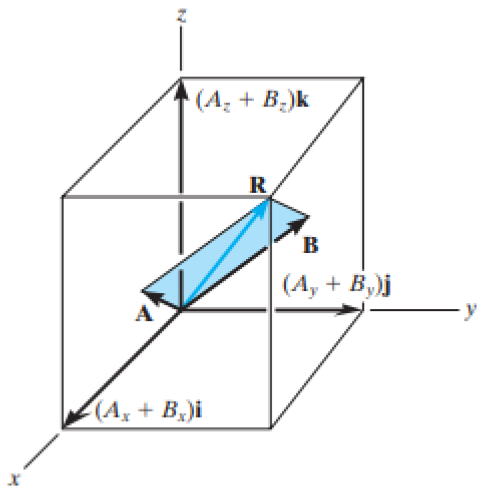
$$= A_X\ .\boldsymbol{i} + A_Y .\boldsymbol{j} + A_Z\boldsymbol{k}$$

جمع وطرح الأشعة الديكارتية :

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = (A_x + B_x)\boldsymbol{i} + (A_y + B_y)\boldsymbol{j} + (A_z + B_z)\boldsymbol{k}$$

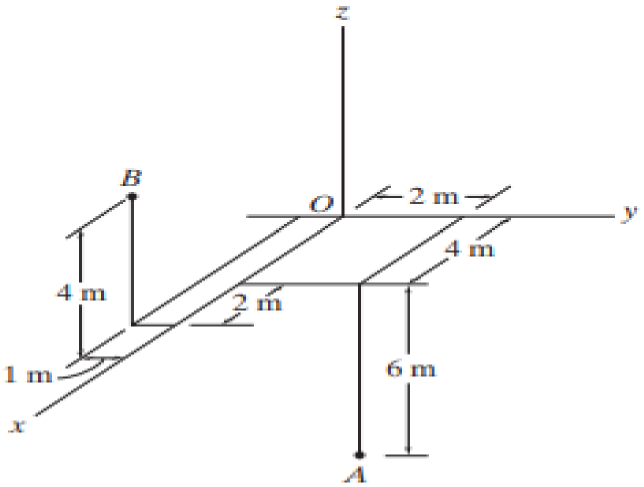
$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = (A_x - B_x)\boldsymbol{i} + (A_y - B_y)\boldsymbol{j} + (A_z - B_z)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{F_R} = \sum \boldsymbol{F} = \sum F_x\,\boldsymbol{i} + \sum F_y\boldsymbol{j} + \sum F_z\boldsymbol{k}$$



أشعة الموقع

الاحداثيات X,Y,Z :



يمكن تمثيل النقاط في الفراغ عن طريق جملة احداثيات بالنسبة لمبدأ الاحداثيات Oعن طريق قياسات متتالية وفق المحاورX,Y,Z، مثلا : يمكن الحصول على احداثيات النقطة A منطلقين من المبدأ O وقياسXA= +4 m على امتداد المحورX، و YA=+2mعلى امتداد المحور Y و-=ZA 6m على امتداد المحور Z.

أي أننا نستطيع كتابة احداثيات النقطةA : A(4,2,-6) .بنفس الطريقة يمكننا كتابة احداثيات النقطة B (6,-1,4)

شعاع الموقع :يعرف شعاع الموقع r كشعاع ثابت يربط نقطة في الفراغ بنقطة ثانية ، مثلا إذا كان الشعاع r يمتد من المبدأ إلى النقطة p (x ,y , z)، عندها نستطيع كتابة الشعاع r كشعاع ديكارتي وفق العلاقة :

$$\mathbf{r} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$$

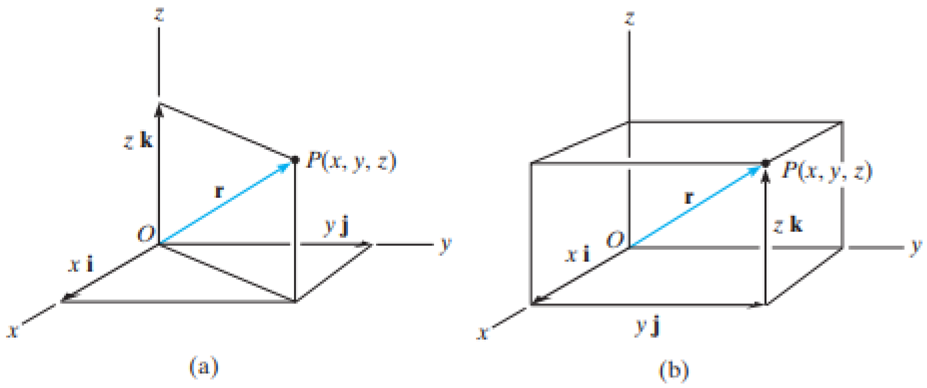
مع ملاحظة طريقة وضع الأشعة (بداية – نهاية) مبتدأين من المبدأ oمتحركين بمسافة x وفق الاتجاه +i، وبعدها y باتجاه + j وأخيرا z باتجاه +k، لكي نصل إلى النقطة p(x,y,z).

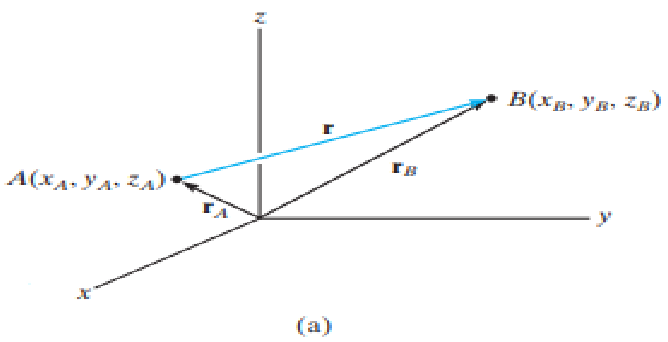
في حالات كثيرة يتجه الشعاع من النقطة Aإلى النقطة B

عن طريق وضع الأشعة (بداية –نهاية) لدينا العلاقة :

$$r_A + r = r_B$$

$$r = r_B - r_A = (x_B - x_A)i + (y_B - y_A)j + (z_B - z_A)k$$

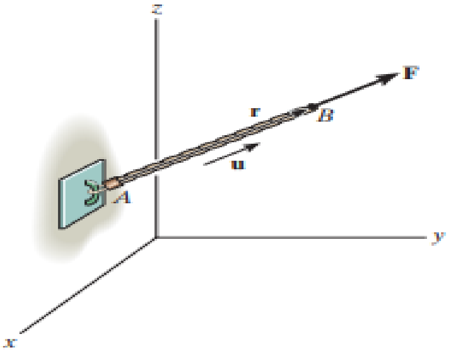




شعاع القوة المتجه على استقامة خط :

في بعض الحالات يتم تمثيل القوة على خط تأثيرها المار بنقطتين ، مثل القوة F المتجهة على امتداد الحبل AB.

يمكننا تمثيل القوة F كشعاع ديكارتي يمتلك نفس اتجاه شعاع الموقع r ومتجه من النقطة A إلى النقطة B.



شعاع الواحدة $\mathbf{U} = \frac{r}{r}$

$$\mathbf{F} = F\mathbf{u} = F\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) = F\left(\frac{(x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}\right)$$