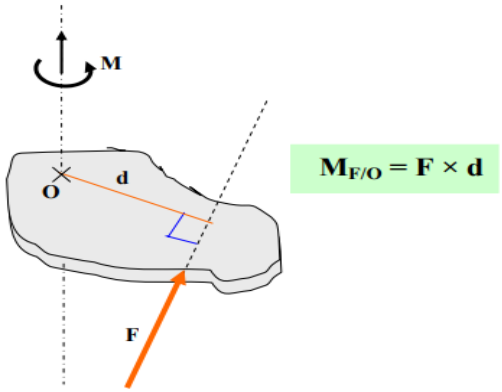
المحاضرة الرابعة: عزم القوة –عزم المزدوجة- إرجاع مجموعة من القوى المستوية إلى محصلة قوة وحيدة وعزم مزدوجة .

د.نزار عبد الرحمن

Moment of a Force

إذا أثّرت قوة على جسم صلب فإنها سوف تحاول تدوير هذا الجسم حول محور أو حول نقطة تقاطع المحور مع المستوي الذي تقع عليه القوة . وبالتالي ينشأ لدينا مفهوم عزم قوة حول محور أو حول نقطة .والعزم مقدار شعاعي له شدّة ومنحى و اتجاه وجهة دوران :شدّة العزم هو حاصل جداء القوة في الذراع. ويقدر بالنيوتن بالمتر.



$$M_O = F.d \quad \{N.m\}$$

الذراع : هو المسافة العمودية بين من النقطة المراد حساب العزم عندها وحامل القوة.

نصطلح على اعتبار أن إشارة العزم تكون موجبة إذا حاولت القوة تدوير الجسم حول النقطة المفروضة باتجاه معاكس لاتجاه دوران عقارب الساعة . ونعتبر أن إشارة العزم تكون سالبة إذا حاولت القوة تدوير الجسم باتجاه مو افق لاتجاه دوران عقارب الساعة.

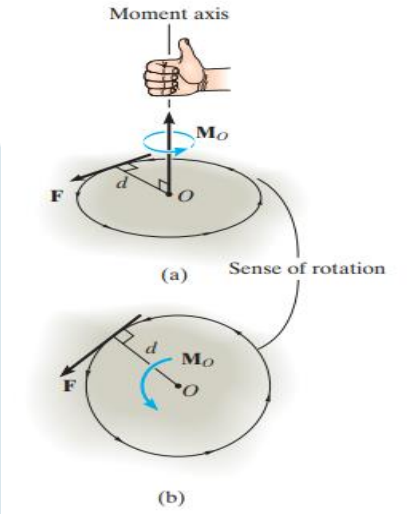
العزم عبارة عن مقدار شعاعي له طويلة ومنحى وجهة دوران .

طويلة شعاع العزم تحسب من العلاقة :

$$M_O = F.d \quad \{N.m\}$$

وتقدر بالنيوتن بالمتر.

منحى شعاع العزم يتحدد عن طريق محور العزم المتعامد مع المستوي الذي يحتوي على القوة والذراع، وتستخدم قاعدة اليد اليمنى من أجل تحديد جهة الدوران حيث يشير أصبع الإبهام إلى اتجاه منحى شعاع العزم M_O وتشير حركة الأصابع نحو باطن الكف إلى جهة الدوران .



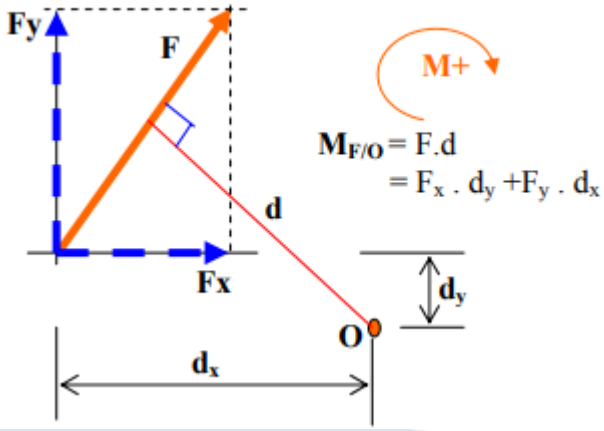
عزم المحصلة : عزم محصلة مجموعة من القوى حول نقطة يساوي إلى المجموع الجبري لعزوم كل قوة من هذه القوى حول نفس النقطة.

$$\Sigma M_O = M_O = MF_{1/O} + MF_{2/O} + MF_{3/O} + \ldots$$

مبدأ العزوم (نظرية فارينيون) : نستخدم هذا المبدأ في حل معظم المسائل المتعلقة بحساب العزم وخاصة عندما وجد صعوبة في حساب الذراع ، وينص مبدأ العزوم على مايلي :

عزم قوة حول نقطة يساوي إلى مجموع عزوم المركبات المتعامدة لهذه القوة حول نفس النقطة.

أي أننا عندما لا نستطيع حساب ذراع القوة نقوم بتحليل القوة إلى مركبتين متعامدتين ونحسب عزم كل مركبة منهما حول النقطة المفروضة.



عزم المزدوجة :

يسمّى العزم الناتج عن تأثير قوتين متساويتين بالشدة ومتعاكستين بالاتجاه ولا تقعان على خط تأثير واحد ب " عزم المزدوجة" .

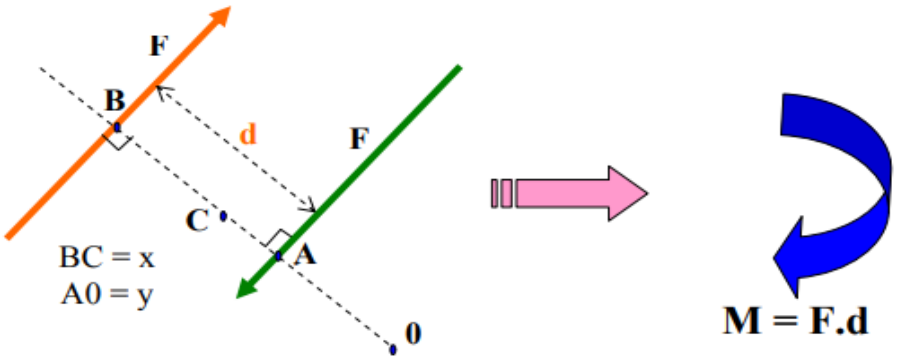
إذا كانت القوتان F و F- متساويتين بالشدة ومتعاكستين بالاتجاه والمسافة بينهما d فلا يمكن دمجهما كقوة واحدة طالما أن محصلتهما تكون صفرا ، بينما يكون تأثيرهما الكلي هو توليد حركة دورانية .

شدة عزم المزدوجة MO حول أي محور عمودي على مستواهما ومار من أي نقطة مثل O يعطى بالعلاقة :

$$M_O = F.d \ \ (N.m)$$

حيث d هي المسافة العمودية بين القوتين .

يكون عزم المزدوجة حول أية نقطة و اقعة في مستوى القوتين ثابتا ، ويساوي جداء إحدى القوتين بالبعد العمودي بين خطي تأثير القوتين .



من الشكل السابق ينتج :

$$M_A = F.d + F.0 = F.d$$

$$M_B = F.0 + F.d = F.d$$

$$M_C = F.x + F(d-x) = F.d$$

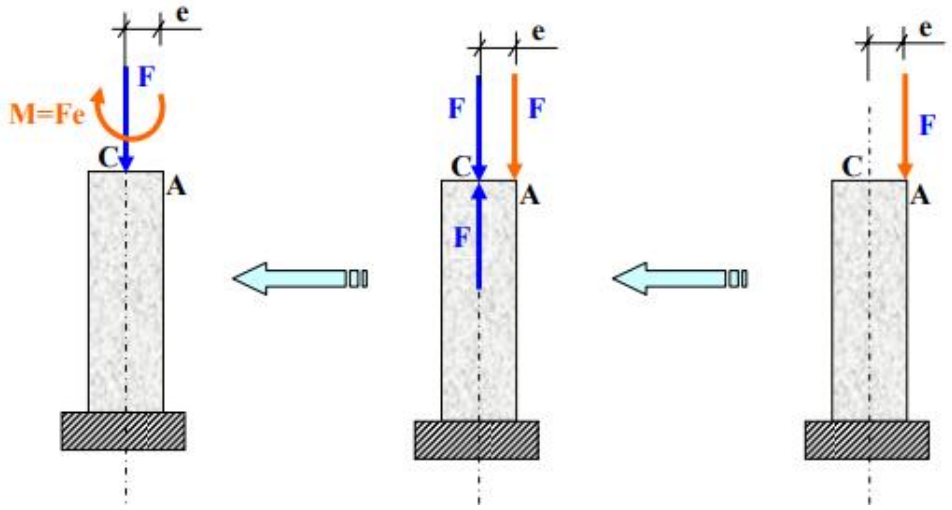
$$M_0 = F(d+y) - F.y = F.d$$

تحليل قوة إلى قوة وعزم مزدوجة :

في بعض الأحيان تكون دراسة تأثير قوة على جسم أكثر سهولة عندما تؤثر هذه القوة عند نقطة معينة . يمكن نقل القوة إلى نقطة محددة ،واستبدالها بقوة أخرى موازية لها ،وتمتلك نفس الشدة والمنحى ، بالإضافة إلى مزدوجة . بحيث تكون قيمة المزدوجة مساوية لحاصل جداء شدة القوة والمسافة بين خطي تأثير القوتين الأصلي والنهائي .

تعرف هذه العملية بمبدأ " انتقالية القوة " ويمكن برهان هذا المبدأ بسهولة ، حيث يكون تأثير قوتين متساويتين في الشدة ومتعاكستين بالاتجاه ومشتركتين في نفس خط التأثير معدوماً . فعلى سبيل المثال عندما تؤثر القوة F على جسم عند النقطة A ، والمطلوب نقل هذه القوة إلى مركز الجسم C، وللوصول إلى ذلك نضيف قوتين عموديتين عند النقطة C متعاكستين بالاتجاه وتقعان على خط تأثير واحد ومقدار كل منهما F.

إنّ هذه الاضافة ليس لها تأثير على الجسم ، حيث تشكل القوة المضافة المتجهة إلى أعلى ،مع القوة الأصلية مزدوجة عزمها F.e وتبقى قوة موازية وبنفس الاتجاه والمقدار للقوة الأصلية عند النقطة المطلوبة . من ناحية ثانية يمكن عكس العملية السابقة باستبدال قوة ومزدوجة بقوة وحيدة .



محصلة نظام من القوى والعزوم :

وفق الطريقة السابقة يمكننا إرجاع أي نظام من القوى وعزوم المزدوجات إلى محصلة قوة وحيدة وعزم مزدوجة عن طرق كتابة المعادلات التالية :

$$F_{Rx} = \sum F_x \quad (1)$$

$$F_{Ry} = \sum F_y \quad (2)$$

$$M_{RO} = \sum M_c + \sum M_o \quad (3)$$

المعادلة الأولى تعني مجموع مركبات القوى على المحور x

المعادلة الثانية تعني مجموع مركبات القوى على المحور y

المعادلة الثالثة تعني مجموع العزوم حول نقطة اختيارية 0 يساوي مجموع عزوم المزدوجات مضافا إليه مجموع عزوم كافة القوى حول النقطة.

تستخدم المعادلة رقم (3) من أجل حساب موقع المحصلّة بالنسبة للنقطة O.