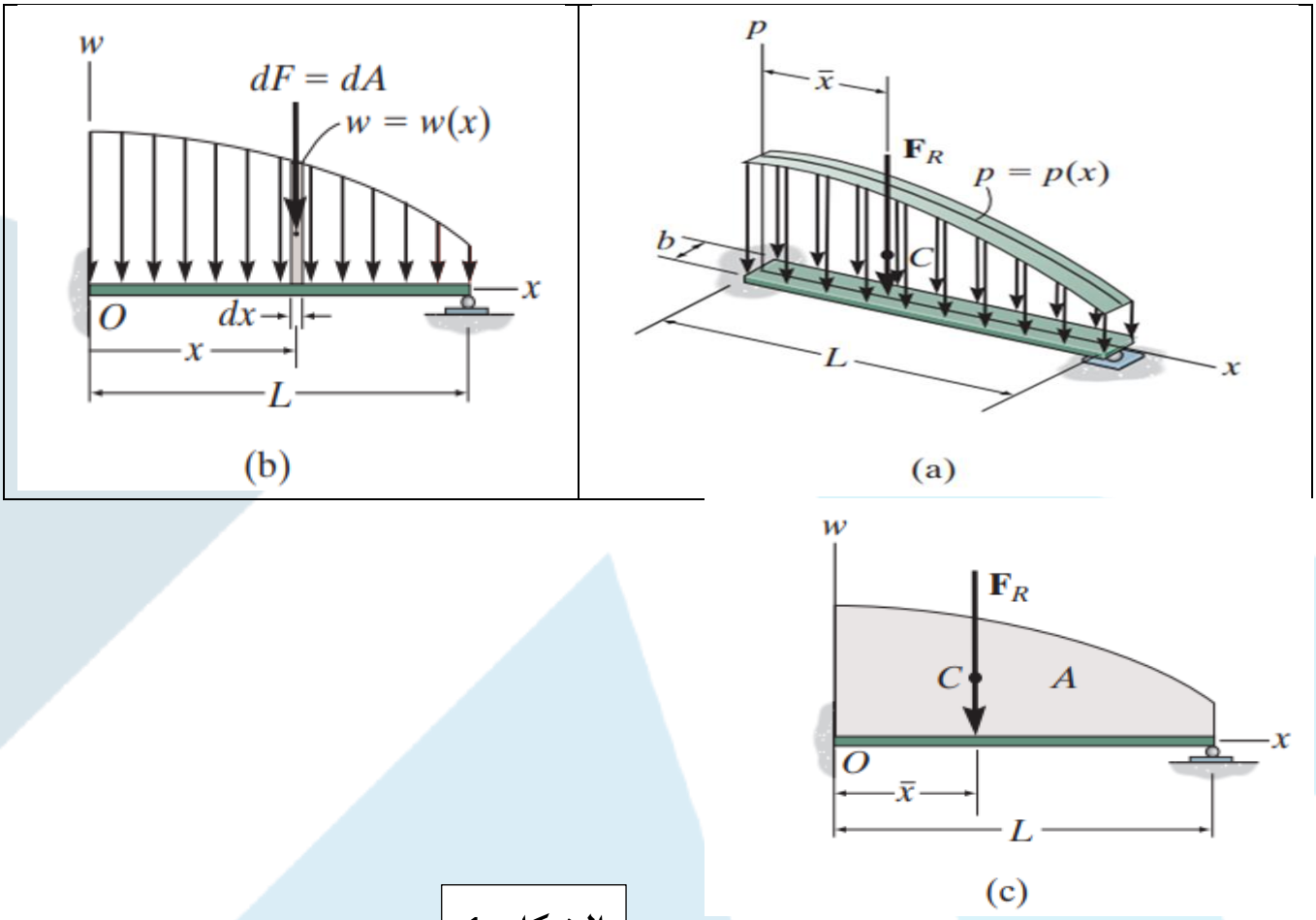
المحاضرة الخامسة – ميكانيك النقطة المادية -تمثيل الحمولات الموزعة –

دنزار عبد الرحمن

تتعرض الأجسام أحيانا لنوع من الحمولات الموزعة ،مثل ضغط الرياح على السطوح ، وضغط المياه على جدران الخزانات ، ووزن التربة على أرضية المستودعات ، ووزن الكتب على رفوف المكاتب .....

في مثل هذه الحالات يؤثر الضغط على كل نقطة من المساحة ، ويقاس الضغط على واحدة المساحة بالباسكال {N/m^2} Pa.

الحمولة على امتداد محور وحيد :



الشكل 1

يمكن تمثيل الغالبية العظمى من الحمولات الموزعة المستخدمة في التطبيقات الهندسية على استقامة محوروحيد .مثال العتبة المبينة في الشكل 1ذات عرض ثابت ، ومعرضة لحمولة ضغط على طول المحورx.

يمكن تمثيل الحمولة عن طريق التابع .p= p (x){N/m^2}. تحتوي المعادلة على متغيرواحد x, ولهذا السبب يمكننا تمثيل الحمولة كحمولة موزعة مستوية . من أجل هذا نقوم بضرب تابع الحمولة بالعرض b للعتبة ، ينتج لدينا : p= p (x) . b {N/m} .

يمكن تمثيل هذه القوى المستوية المتوازية بقوة محصلة وحيدة FR

شدة قوة المحصلة :

شدة المحصلة تكافئ مجموع كافة القوى . في هذه الحالة نستخدم التكامل من أجل عدد لانهائي من القوى dF المؤثرة على العتبة ، حيث أن القوة dFتؤثرعلى عنصر الطول dx، و w (x)عبارة عن القوة على واحدة الطول .

dF= w(x).dx=dA

بكلمات أخرى شدة القوة dF يتم تحديدها عن طريق المساحة التفاضلية dA

تحت خط الحمولة ولكامل الطول L.

$$+\downarrow F_R = \Sigma F;$$

$$F_R = \int_L w(x)\,dx = \int_A dA = A$$

شدة قوة المحصلة تساوي المساحة تحت مخطط الحمولة .

نقطة تأثير محصلة القوى :

يمكن حساب خط تأثير المحصلة عن طريق تطبيق معادلة العزم حول النقطة O لكامل الطول ، حيث أن القوة dF تنتج عزما

$xdF = xw(x)dx$

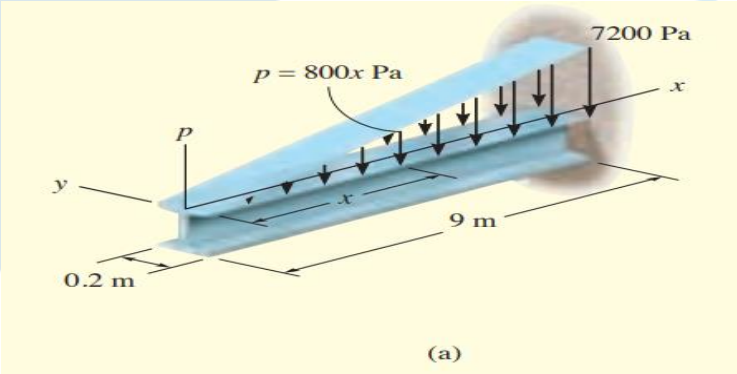
$$\zeta + (M_R)_O = \Sigma M_O; \qquad -\bar{x}F_R = -\int_L xw(x)\,dx$$

$$\bar{x} = \frac{\int_L xw(x)\,dx}{\int_L w(x)\,dx} = \frac{\int_A x\,dA}{\int_A dA}$$

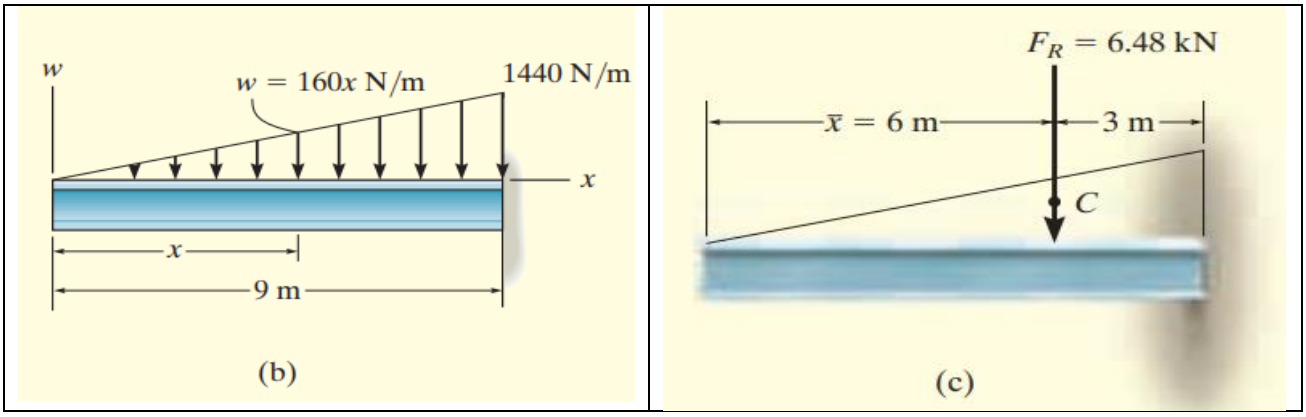
تمثل الاحداثية x مركز المحل الهندسي للمساحة تحت الحمولة الموزعة . أي أن قوة المحصلة تمتلك خط تأثير بحيث يمر بالمركز الهندسي للمساحة C تحت منحني الحمولة .

في حالات كثيرة يمكن حساب المركز الهندسي لأشكال هندسية شهيرة(مثلث ، مستطيل ...)بدون اللجوء إلى علاقة التكامل السابقة .

مسألة1: حمولة موزعة $p=(800x)$ Pa تؤثر على السطح العلوي للعتبة . أوجد شدة وموقع محصلة الحمولة .



(a)



الحل : بما أن شدة الحمولة موزعة بانتظام على عرض العتبة (المحور٧) ، يمكن تمثيل الحمولة في المستوي :

عند X= 9m تكون قيمة الحمولة مساوية 1440N/m.

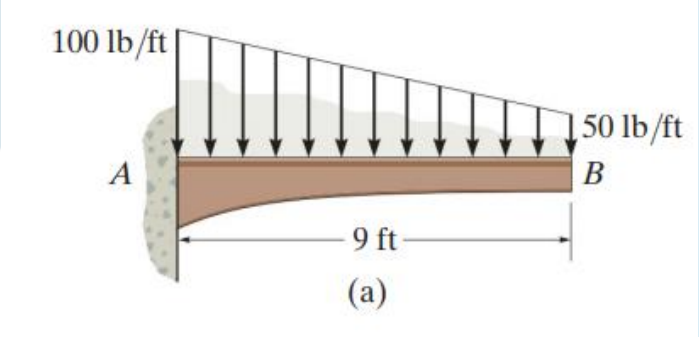
شدة المحصلة تكافئ مساحة المثلث :

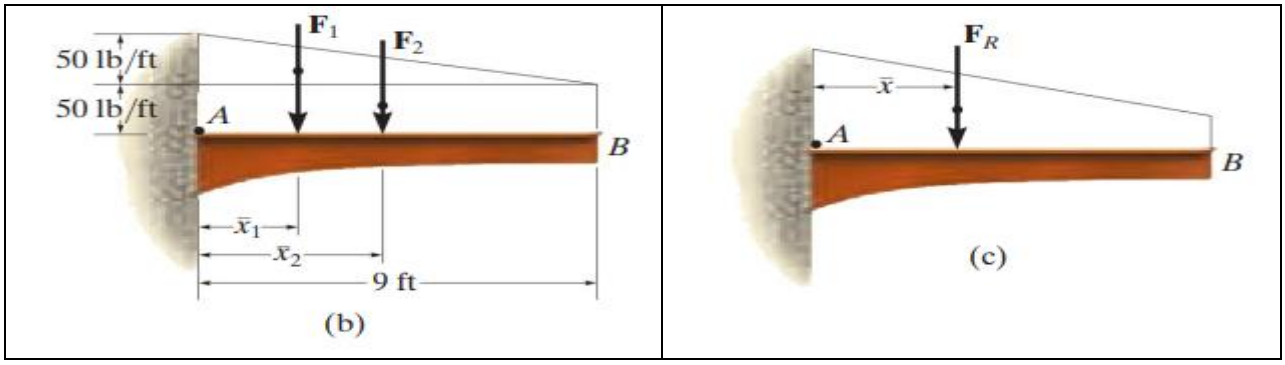
$$F_R = \frac{1}{2}(9\text{ m})(1440\text{ N/m}) = 6480\text{ N} = 6.48\text{ kN}$$

خط تأثير المحصلة يمر عبر المركز الهندسي للمثلث ، أي أن :

$$\bar{x} = 9\text{ m} - \frac{1}{3}(9\text{ m}) = 6\text{ m}$$

مسألة2 : من أجل الحمولة الموزعة على العتبة ، احسب شدة وموقع المحصلة .





الحل : المساحة تحت مخطط الحمولة عبارة عن شبه منحرف ، يمكن حل المسألة بتقسيم مساحة شبه المنحرف إلى مساحتين : الأولى على شكل مستطيل والثانية على كل شبه منحرف .

محصلة القوة لكل جزء عبارة عن مساحة كل جزء:

$$F_1 = \tfrac{1}{2}(9\text{ ft})(50\text{ lb/ft}) = 225\text{ lb}$$
$$F_2 = (9\text{ ft})(50\text{ lb/ft}) = 450\text{ lb}$$

خط تأثير المحصلة للقوتين المتوازيتين يمر عبر المركز الهندسي لكل مساحة

$$\bar{x}_1 = \tfrac{1}{3}(9\text{ ft}) = 3\text{ ft}$$
$$\bar{x}_2 = \tfrac{1}{2}(9\text{ ft}) = 4.5\text{ ft}$$

يمكن الآن حساب محصلة القوتين المتوازيتين F1وF2:

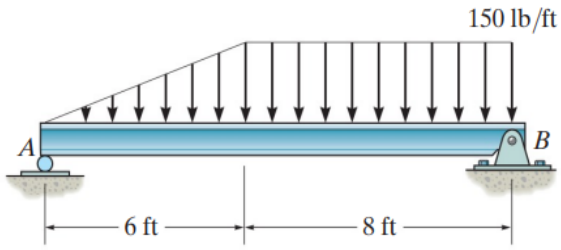
$$+\downarrow F_R = \Sigma F; \qquad F_R = 225 + 450 = 675\text{ lb}$$

يمكن الآن حساب موقع المحصلة FR بالنسبة للنقطة A عن طريق كتابة معادلة العزم بالنسبة للنقطة A :

$$\circlearrowleft + (M_R)_A = \Sigma M_A; \quad \bar{x}(675) = 3(225) + 4.5(450)$$
$$\bar{x} = 4\text{ ft}$$

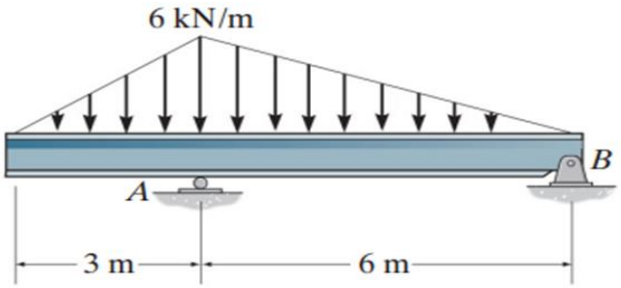
يمكن حل المسألة أيضا عن طريق تقسيم المساحة الكلية إلى مثلثين .

مسألة 3: احسب القوة المحصلة ومنحاها مقاساً من النقطة A.



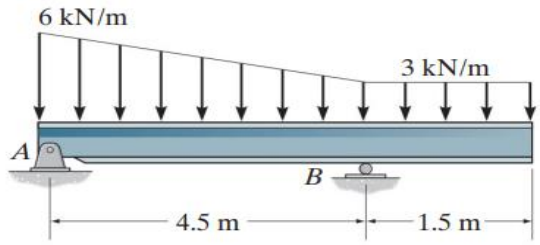
$$F_R = \tfrac{1}{2}(6)(150) + 8(150) = 1650 \text{ lb}$$
$$\circlearrowleft + M_{A_R} = \Sigma M_A;$$
$$1650d = \left[\tfrac{1}{2}(6)(150)\right](4) + [8(150)](10)$$
$$d = 8.36 \text{ ft}$$

مسألة 4: احسب القوة المحصلة ومنحاها مقاساً من النقطة A.



$$+\uparrow F_R = \Sigma F_y;$$
$$-F_R = -\tfrac{1}{2}(6)(3) - \tfrac{1}{2}(6)(6)$$
$$F_R = 27 \text{ kN}\downarrow$$
$$\circlearrowright + (M_R)_A = \Sigma M_A;$$
$$-27(d) = \tfrac{1}{2}(6)(3)(1) - \tfrac{1}{2}(6)(6)(2)$$
$$d = 1 \text{ m}$$

مسألة 5: احسب القوة المحصلة ومنحاها مقاساً من النقطة A.



$$+\uparrow F_R = \Sigma F_y;$$
$$-F_R = -\tfrac{1}{2}(3)(4.5) - 3(6)$$
$$F_R = 24.75 \text{ kN}\downarrow$$
$$\circlearrowright + (M_R)_A = \Sigma M_A;$$
$$-24.75(d) = -\tfrac{1}{2}(3)(4.5)(1.5) - 3(6)(3)$$
$$d = 2.59 \text{ m}$$