المحاضرة السادسة – ميكانيك النقطة المادية والجسم الصلب

د. نزار عبد الرحمن

توازن الجسم الصلب في المستوي Equilibrium of a Rigid Body-

a- شروط توازن الجسم الصلب .

b- مخطط الجسم الحر.

c- معادلات التوازن .

الشرطين اللازمين والكافيين من أجل توازن الجسم الصلب هما :

1- أن يكون المجموع الشعاعي لكافة القوى الخارجية المؤثرة على الجسيم ، مساويا للصفر

2- أن يكون مجموع العزوم حول نقطة محددة مساويا للصفر.

أي أن : $\sum F = 0$

$\sum M_O = 0$

مراحل دراسة توازن الجسم الصلب :

أولا : رسم مخطط الجسم الحر Free-Body Diagrams

نتخيّل الجسم حراً في الفراغ محرراً من كافة قيوده ونستبدل عن هذه القيود بالقوى وردود الأفعال المناسبة ، وفق قواعد رسم مخطط الجسم الحر المبينة في الجدول التالي .

القيد : هو كل ما يمنع حركة الجسم في الفراغ (كبل ، حبل ، سطح أو نقطة استناد ، مفصل .....)

مراحل رسم مخطط الجسم الحر :

1.ارسم الاطار الخارجي للجسم.

2.تخيّل الجسم حرّا في الفراغ محررا من كافة قيوده

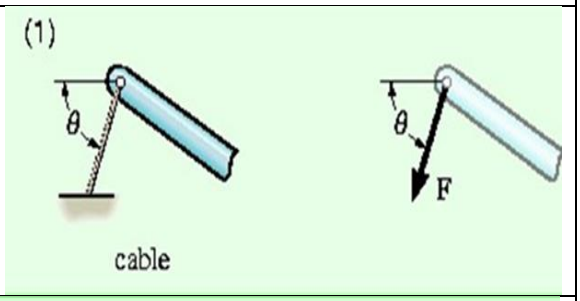
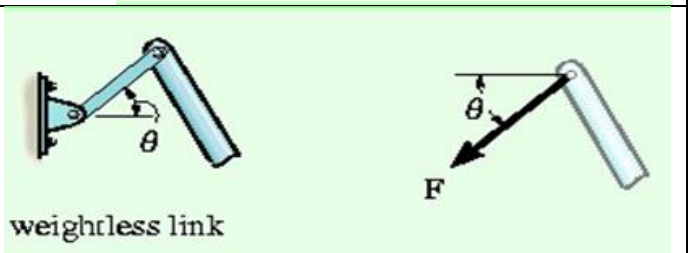
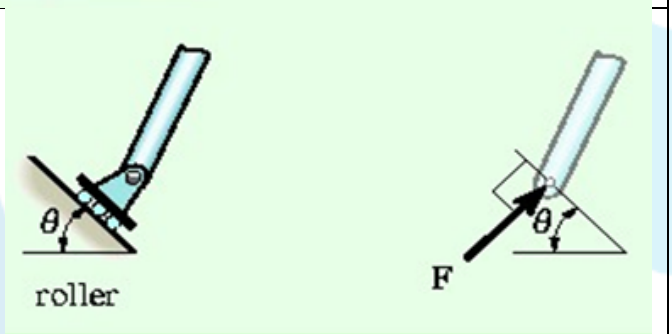
3 .مثّل على المخطط كافة القوى الخارجية وعزوم المزدوجات ووزن الجسم .

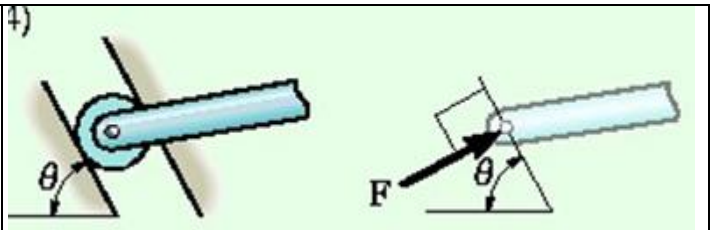
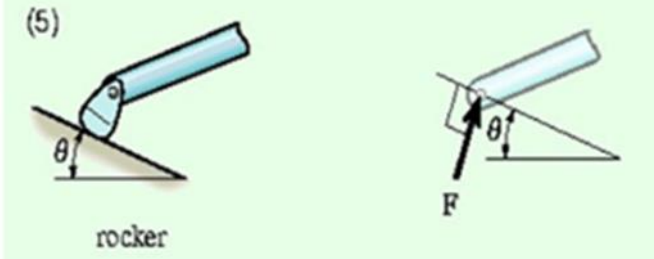
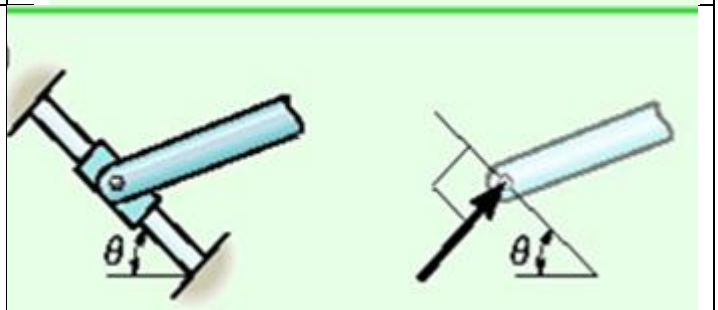
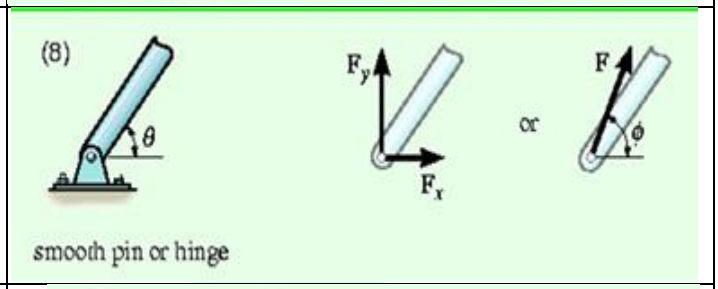
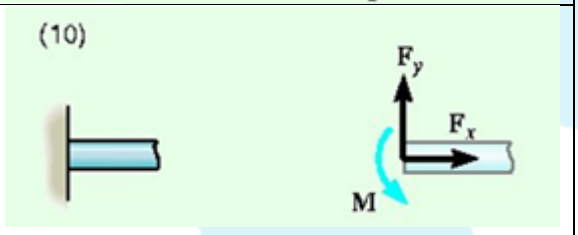
4.استبدل عن القيود بالقوى وردود الأفعال المناسبة وفق قواعد رسم مخطط الجسم الحر

5. حدّد محاور الاحداثيات من أجل كتابة معادلات الاسقاط .

6. حدّد النقطة المراد حساب العزم حولها بحيث يلتقي فيها أكبر عدد من المجاهيل .

قواعد رسم مخطط الجسم الحر:

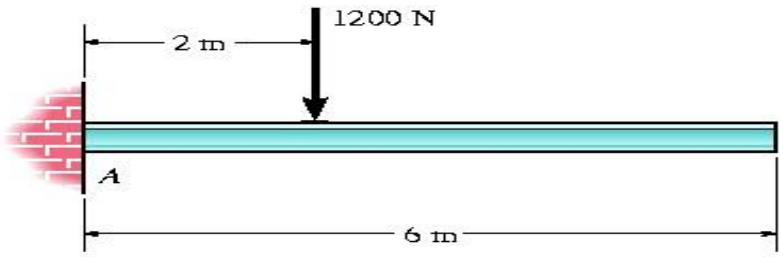
نوع الاستناد ورسم المخطط	عدد المجاهيل
	كبل أو حبل : رد فعل وحيد باتجاه اكبل أو الحبل .
	وصلة مفصلية قصيرة مهملة الكتلة : رد فعل وحيد باتجاه الوصلة.
	مفصل متحرك (كرات): رد فعل وحيد عمودي عبى سطح الاستناد .

مفصل متحرك (عجلة) : رد فعل وحيد عمودي على سطح الاستناد .	
مفصل متحرك (ذراع متأرجح): رد فعل وحيد عمودي على سطح الاستناد .	
الاستناد على دليل أملس مع قابلية الدوران : رد فعل وحيد عمودي على سطح الاستناد.	
وصلة مفصلية : مركبتين لرد الفعل وفق الاتجاهين الأفقي والعمودي .	
الاستناد على دليل أملس بدون دوران :رد فعل عمودي على الدليل وعزم مزدوجة	
التثبيت التام (وثاقة) : مركبتين لرد الفعل تمنعان الجسم من الحركة وفق الاتجاهين الأفقي والعمودي ، وعزم مزدوجة تمنع دوران العتبة	

إذا كان القيد يمنع انتقال الجسم وفق اتجاه معيّن ، عندها يوجد رد فعل للقيد ،نفرضه عكس الاتجاه الذي يمنع فيه القيد الجسم من الحركة .

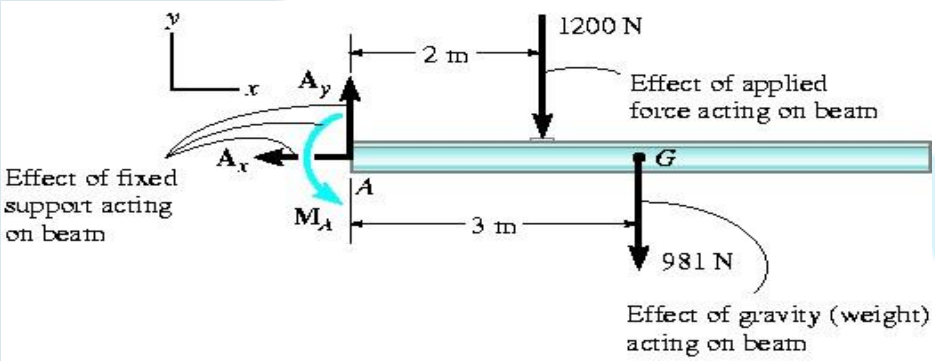
إذا كان القيد يمنع الجسم من الدوران ، عندها يوجد عزم مزدوجة تؤثرعلى الجسم ونفرض جهة دورانها بعكس الاتجاه الذي يمنع في القيد الجسم من الدوران .

مثال 1 : ارسم مخطط الجسم الحرللعتبة المبينة . كتلة العتبة 100kg.



(a)

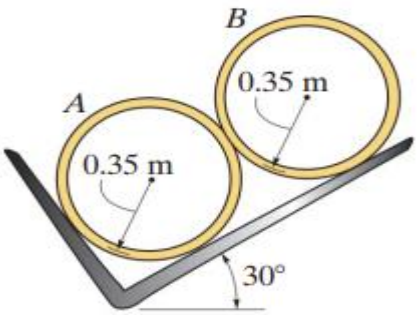
الحل: Free-Body Diagram



(b)

القيد عند Aتثبيت تام : لدينا مركبتين لرد الفعل وفق : X-Y،تمنعان حركة الانتقال للعارضة وفق المستويين الأفقي والعمودي Ax ,Ay .وعزم مزدوجة M_A يمنع العارضة من الدوران .

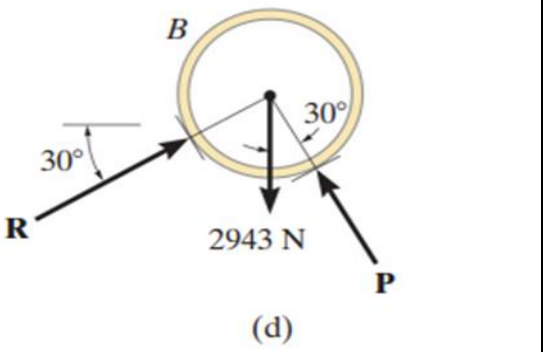
مثال 2 : انبوبين لنقل النفط على شكل اسطوانة ذات سطوح ملساء ، يستندان على شوكة رافعة ،كتلة كل انبوب 300 كيلوغرام ، ارسم مخطط الجسم الحرلكل انبوب ، وللأنبوبين معاً .



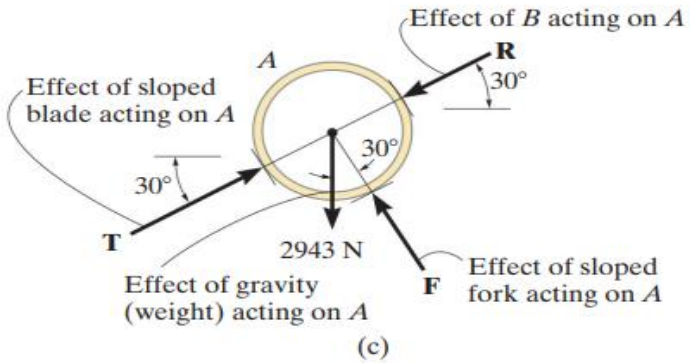
(b)

(a)

الحل : وزن كل انبوب W = 300(9.81) = 2943N ، لدينا ثلاث قوى R,F ,Tتكون عمودية على المماس عند سطوح الاستناد .

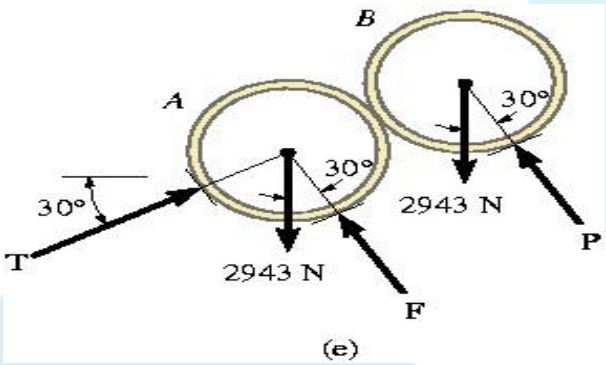


(d)



(c)

مخطط الجسم الحر للأنبوب A مخطط الجسم الحر للأنبوب B



(e)

مخطط الجسم الحر لكلا الأنبوبين

ثانيا : كتابة معادلات التوازن

الشكل الأول لمعادلات التوازن

$\sum F_x = 0$ مجموع مركّبات القوى على المحور X يساوي الصفر

$\sum F_y = 0$ مجموع مركّبات القوى على المحور y يساوي الصفر

$\sum M_O = 0$ مجموع العزوم حول نقطة اختيارية يساوي الصفر.

الشكل الثاني لمعادلات التوازن :عند تطبيق هذا الشكل يجب أن يكون المستقيم الواصل بين النقطتين A و B غير متعامد مع المحور a

$$\sum F_a = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_B = 0 \quad (3)$$

الشكل الثالث لمعادلات التوازن (معادلات العزوم الثلاث):

$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\sum M_C = 0$$

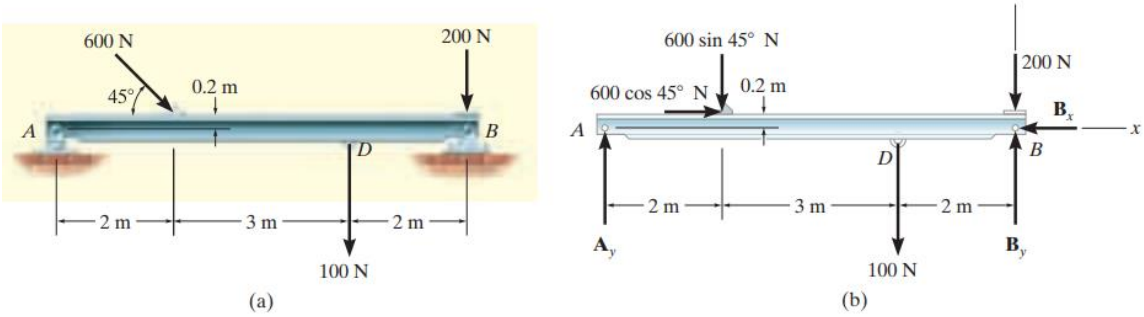
عند تطبيق هذا الشكل يجب أن لا تقع النقاط A,B,C على استقامة واحدة.

- نحدد محاور الاسقاط بحيث يكون أحد المحاور متعامدا مع إحدى القوى المجهولة .

- نحدد النقطة التي يتم حساب العزم عندها بحيث يلتقي عندها أكبر عدد من المجاهيل .

بشكل عام نفرض اتجاه القوى المجهولة ، إذا نتج لدينا بعد حل المعادلات وحساب المجاهيل أن إشارة إحدى القوى سالبة فهذا يعني أن الاتجاه الصحيح لهذه القوة عكس الاتجاه الصحيح .

مسألة 3 : احسب المركبات الأفقية والعمودية لردود الأفعال للعتبة المحمّلة كما في الشكل ، بإهمال وزن العتبة .



مخطط الجسم الحر : يوجد مفصل متحرك عند A عبارة عن ذراع متأرجح(رد فعل وحيد عمودي على سطح الاستناد)، ووصلة مفصلية عند B (مركبتين لرد الفعل وفق المحورين X-Y)الشكل (b) .

معادلات التوازن :

$$F_x = 0,\ 600cos45 - B_x = 0 \quad (1)$$

$$B_x = 424N$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$100N(2m) + (600\sin 45^\circ N)(5m) - (600\cos 45^\circ N)(0.2m) - A_y(7m) = 0 \quad \boxed{2}$$

$$A_y = 319N$$

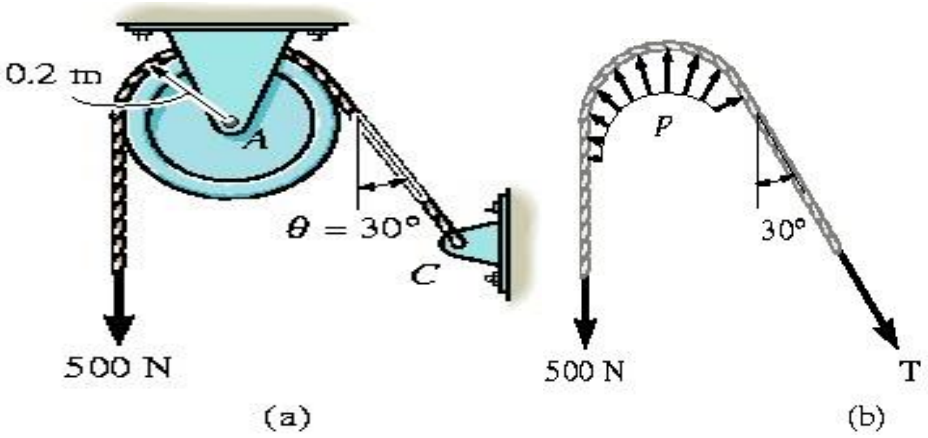
$$+\uparrow \sum F_y = 0;$$

$$319N - 600\sin 45^\circ N - 100N - 200N + B_y = 0 \quad \boxed{3}$$

$$B_y = 405N$$

يمكن كتابة معادلة إضافية للعزم حول النقطة A للتأكد من الأجوبة .

مسألة 4: حبل معرض لقوة 500N ويلتف حول بكرة بدون احتكاك .احسب قوة الشد في الحبل والمركبات الأفقية والعمودية لرد الفعل عند المفصل A.



$$+\rightarrow \sum F_x = 0;$$

$$-A_x + 500\sin 30^\circ N = 0$$

$$Ax = 250N$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0;$$

$$A_y - 500N - 500\cos 30^\circ N = 0$$

$$A_y = 933N$$