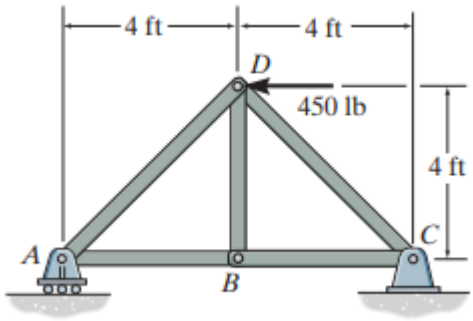
الجلسة السابعة–ميكانيك النقطة المادية والجسم الصلب

الجوائز الشبكية : طريقتي العقد والمقاطع .

د. نزار عبد الرحمن

مسألة (1): احسب القوى المؤثرة في كل عنصر من الجائز ، وحدد حالة هذه العناصر إذا كانت في حالة شد أو ضغط.



حساب ردود الأفعال :

$$\sum F_x = 0\,, C_x - 450 = 0$$

$$\sum F_y = 0\,, A_y + C_y = 0$$

$$\sum M_C = 0\,, -A_y(8m) + 450(4m) = 0$$

$$A_y = 225Ib, C_y = -225Ib, C_x = 450Ib$$

العقدة A

. *Joint A.*

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 225\ \text{lb} - F_{AD} \sin 45° = 0$$

$$F_{AD} = 318.20\ \text{lb} = 318\ \text{lb (C)}$$

$$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0; \qquad F_{AB} - (318.20\ \text{lb}) \cos 45° = 0$$

$$F_{AB} = 225\ \text{lb (T)}$$

العقدة B

Joint B.

$$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0; \qquad F_{BC} - 225\ \text{lb} = 0$$

$$F_{BC} = 225\ \text{lb (T)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad F_{BD} = 0$$

العقدة D

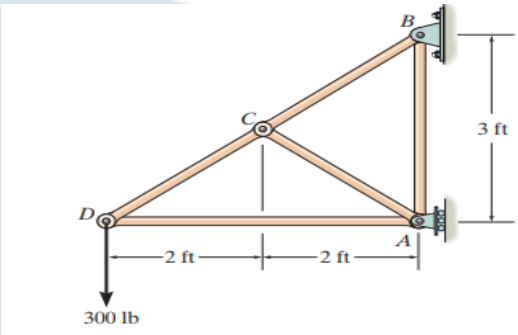
Joint D.

$$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;$$

$$F_{CD} \cos 45° + (318.20\ \text{lb}) \cos 45° - 450\ \text{lb} = 0$$

$$F_{CD} = 318.20\ \text{lb} = 318\ \text{lb (T)}$$

مسألة (2): احسب القوى المؤثرة في كل عنصر من الجائز، وحدّد حالة هذه العناصر إذا كانت في حالة شد أو ضغط.



حساب ردود الأفعال :

$$\sum F_x = 0\ , -B_x + A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0\ , -300\ + B_y = 0$$

$$\sum M_B = 0\ , -A_x(3) + 300(4) = 0$$

$$A_x = 400lb, B_y = 300lb, B_x = 400lb$$

العقدة D

Joint D.

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ \tfrac{3}{5} F_{CD} - 300 = 0;$$

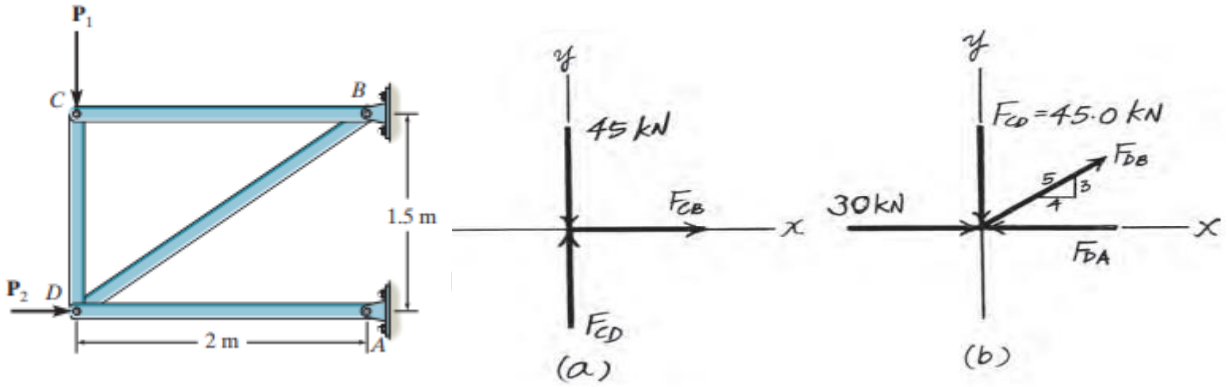
$$F_{CD} = 500 \text{ lb (T)}$$

$$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;\ -F_{AD} + \tfrac{4}{5}(500) = 0$$

$$F_{AD} = 400 \text{ lb (C)}$$

$$F_{BC} = 500 \text{ lb (T)},\ F_{AC} = F_{AB} = 0$$

مسألة (3) : المطلوب حساب القوى المؤثرة في كافة عناصر الجائز الشبكي وحدّد حالة هذه العناصر إذا كانت شد أو ضغط . , P1= 45KN , P2= 30KN .



العقدة C:

$$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;\quad F_{CB} = 0$$

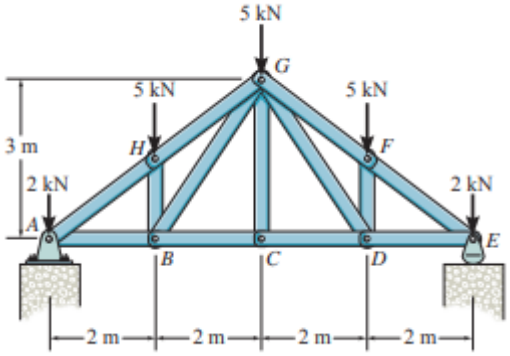
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad F_{CD} - 45 = 0 \quad F_{CD} = 45.0 \text{ kN } (C)$$

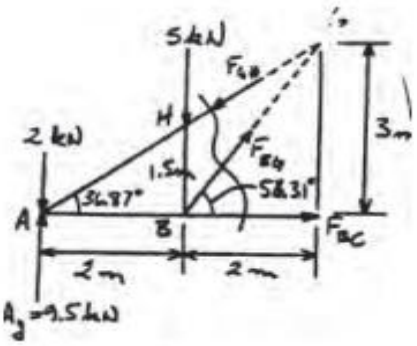
العقدة D:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad F_{DB}\left(\frac{3}{5}\right) - 45.0 = 0 \quad F_{DB} = 75.0 \text{ kN } (T)$$

$$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;\quad 30 + 75.0\left(\frac{4}{5}\right) - F_{DA} = 0 \quad F_{DA} = 90.0 \text{ kN } (C)$$

مسألة (4) : أوجد القوى المؤثرة في العناصر GH ,BG,BC، وحدّد حالة هذه العناصر إذا كانت ضغط أو شد .





الحل : نستطيع كتابة ثلاث معادلات عزوم حول النقاط A,B,H

$$\zeta + \Sigma M_B = 0; \quad -7.5(2) + F_{GH} \sin 36.87°(2) = 0$$

$$F_{GH} = 12.5 \text{ kN (C)}$$

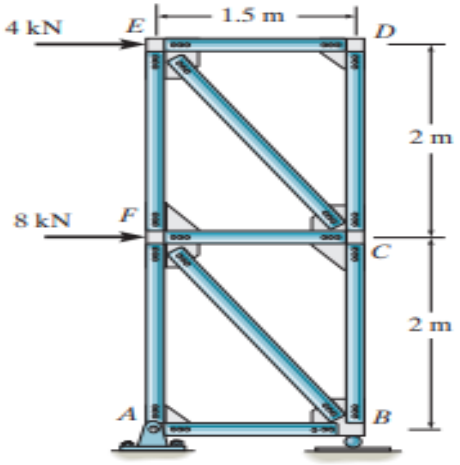
$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad -5\,(2) + F_{BG} \sin 56.31°(2) = 0$$

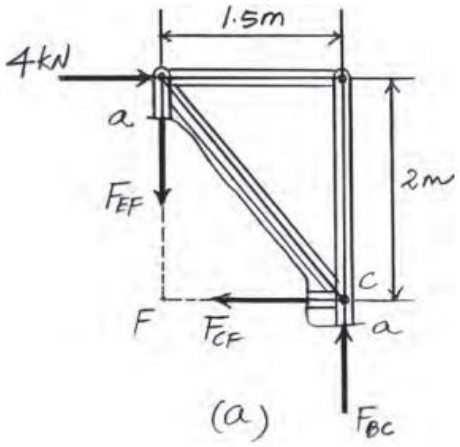
$$F_{BG} = 6.01 \text{ kN (T)}$$

$$\zeta + \Sigma M_H = 0; \quad -7.5(4) + 5(2) + F_{BC}(3) = 0$$

$$F_{BC} = 6.67 \text{ kN (T)}$$

مسألة (5) : أوجد القوى المؤثرة في العناصر EF ,CF,BC، وحدّد حالة هذه العناصر إذا كانت ضغط أو شد .





الحل : نختار المقطع a-a الذي يمر بالعناصر المراد حساب القوى عندها ، ونختار القسم العلوي من الجائز عندها لاحاجة لحساب ردود الأفعال .

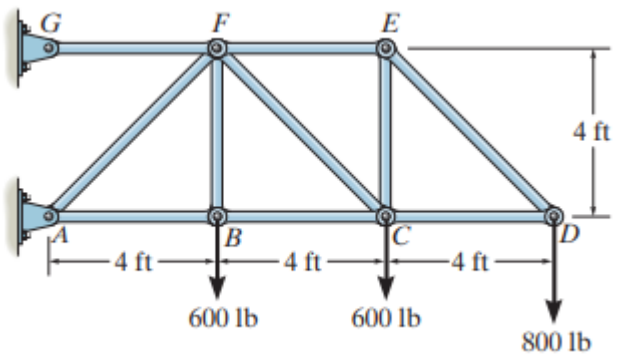
نكتب معادلتين للعزوم حول النقطتين F و C ، ومعادلة اسقاط على المحور x :

$$\zeta+\Sigma M_F = 0; \quad F_{BC}(1.5) - 4(2) = 0$$
$$F_{BC} = 5.333 \text{ kN (C)} = 5.33 \text{ kN (C)}$$

$$\zeta+\Sigma M_C = 0; \quad F_{EF}(1.5) - 4(2) = 0$$
$$F_{EF} = 5.333 \text{ kN (T)} = 5.33 \text{ kN (T)}$$

$$\pm\Sigma F_x = 0; \quad 4 - F_{CF} = 0 \quad F_{CF} = 4.00 \text{ kN (T)}$$

مسألة (6) : أوجد القوى المؤثرة في العناصر EF ,CF,BC، وحدّد حالة هذه العناصر إذا كانت ضغط أو شد .



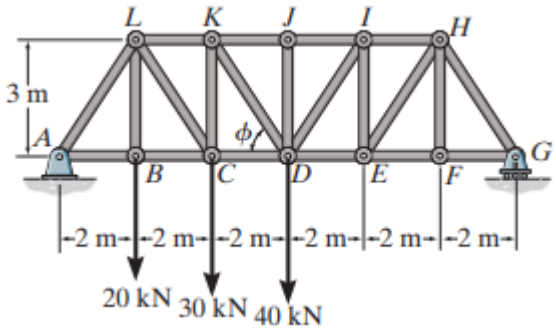
الحل : يمرّ المقطع الوهمي بالعناصر الثلاث المراد حساب القوى عندها وهي: FE ,FC,BC.

نختار القسم اليميني من الجائز حيث لاتوجد حاجة لحساب ردود الأفعال عند المفصلين Aو G

كتابة معادلات التوازن : نكتب معادلتين للعزوم حول النقطتين Cو F ومعادلة اسقاط على المحور y

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ F_{CF}\sin 45^\circ - 600 - 800 = 0$$
$$F_{CF} = 1980\ \text{lb (T)}$$
$$\circlearrowleft +\Sigma M_C = 0;\ F_{FE}(4) - 800(4) = 0$$
$$F_{FE} = 800\ \text{lb (T)}$$
$$\circlearrowleft +\Sigma M_F = 0;\ F_{BC}(4) - 600(4) - 800(8) = 0$$
$$F_{BC} = 2200\ \text{lb (C)}$$

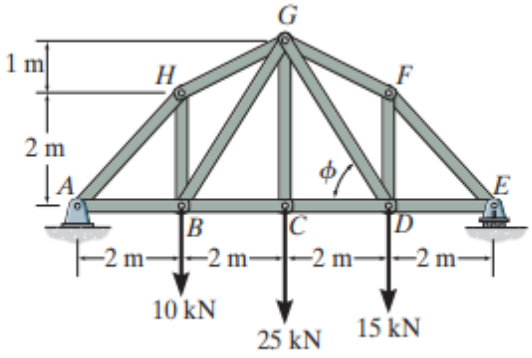
مسألة (7) : أوجد القوى المؤثرة في العناصر LK ,CK, CD، وحدّد حالة هذه العناصر إذا كانت ضغط أو شد



الحل : نكتب معادلة العزم حول النقطة A من أجل حساب رد الفعل Gy

$$\circlearrowleft +\Sigma M_A = 0;\quad G_y(12\ \text{m}) - 20\ \text{kN}(2\ \text{m}) - 30\ \text{kN}(4\ \text{m}) - 40\ \text{kN}(6\ \text{m}) = 0$$
$$G_y = 33.33\ \text{kN}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ F_{KC} + 33.33\ \text{kN} - 40\ \text{kN} = 0$$
$$F_{KC} = 6.67\ \text{kN (C)}$$
$$\circlearrowleft +\ \Sigma M_K = 0;$$
$$33.33\ \text{kN}(8\ \text{m}) - 40\ \text{kN}(2\ \text{m}) - F_{CD}(3\ \text{m}) = 0$$
$$F_{CD} = 62.22\ \text{kN} = 62.2\ \text{kN (T)}$$
$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;\quad F_{LK} - 62.22\ \text{kN} = 0$$
$$F_{LK} = 62.2\ \text{kN (C)}$$

مسألة (8) : أوجد القوى المؤثرة في العناصر GF ,GD,DC، وحدّد حالة هذه العناصر إذا كانت ضغط أو شد



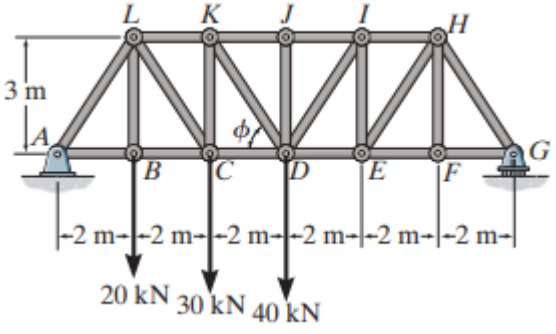
From the geometry of the truss,
$\theta = \tan^{-1}(1\text{ m}/2\text{ m}) = 26.57°$
$\phi = \tan^{-1}(3\text{ m}/2\text{ m}) = 56.31°.$

The location of O can be found using similar triangles.

$$\frac{1\text{ m}}{2\text{ m}} = \frac{2\text{ m}}{2\text{ m} + x}$$
$$4\text{ m} = 2\text{ m} + x$$
$$x = 2\text{ m}$$

$$\zeta + \Sigma M_G = 0;$$
$$26.25\text{ kN}(4\text{ m}) - 15\text{ kN}(2\text{ m}) - F_{CD}(3\text{ m}) = 0$$
$$F_{CD} = 25\text{ kN (T)}$$
$$\zeta + \Sigma M_D = 0;$$
$$26.25\text{ kN}(2\text{ m}) - F_{GF}\cos 26.57°(2\text{ m}) = 0$$
$$F_{GF} = 29.3\text{ kN (C)}$$
$$\zeta + \Sigma M_O = 0;\ 15\text{ kN}(4\text{ m}) - 26.25\text{ kN}(2\text{ m}) - F_{GD}\sin 56.31°(4\text{ m}) = 0$$
$$F_{GD} = 2.253\text{ kN} = 2.25\text{ kN (T)}$$

مسألة (9) : أوجد القوى المؤثرة في العناصر CD ,KJ,KD، وحدّد حالة هذه العناصر إذا كانت ضغط أو شد



الحل : يمرّ المقطع بالعناصر المراد حساب القوى عندها (CD,KD,KJ)، نكتب معادلتين للتوازن حول النقطتين K و D ومعادلة اسقاط على النقطة y.

From the geometry of the truss,

$\phi = \tan^{-1}(3\text{ m}/2\text{ m}) = 56.31°.$

$\circlearrowleft + \Sigma M_K = 0;$

$33.33\text{ kN}(8\text{ m}) - 40\text{ kN}(2\text{ m}) - F_{CD}(3\text{ m}) = 0$

$F_{CD} = 62.2\text{ kN (T)}$

$\circlearrowleft + \Sigma M_D = 0; \quad 33.33\text{ kN}(6\text{ m}) - F_{KJ}(3\text{ m}) = 0$

$F_{KJ} = 66.7\text{ kN (C)}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$

$33.33\text{ kN} - 40\text{ kN} + F_{KD}\sin 56.31° = 0$

$F_{KD} = 8.01\text{ kN (T)}$